

АЛГЕБРА

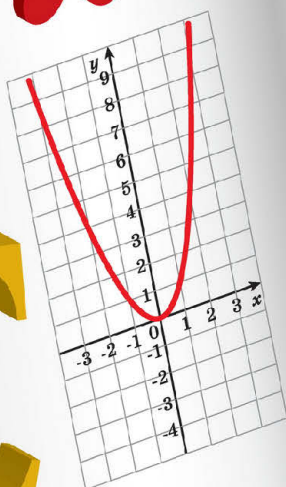


9 КЛАСС

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

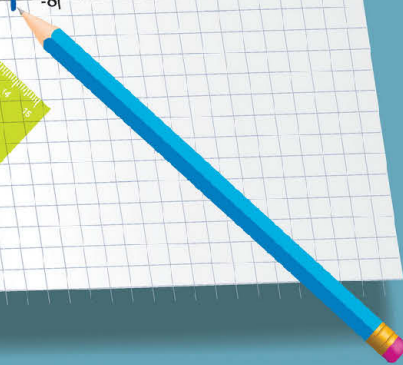
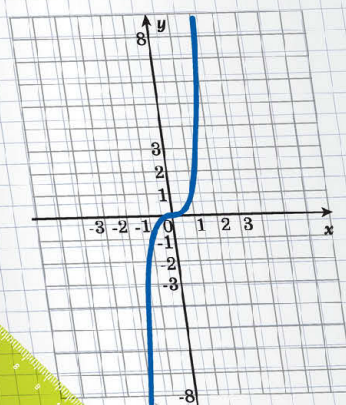
ТЕТРАДЬ-ТРЕНАЖЁР

$$y = x^2$$



$$a^n$$

$$y = x^3$$



Т.В. Сиротина

АЛГЕБРА 9 КЛАСС БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ ТЕТРАДЬ-ТРЕНАЖЁР

2-е издание, электронное



Москва
Издательство «Интеллект-Центр»
2025

УДК 373.167.1:51+51(075.3)
ББК 22.1я721
С40

Научный редактор:

Е. В. Лукьянова – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа МПГУ, учитель высшей категории

Сиротина, Т. В.

С40 Алгебра. 9 класс. Базовый уровень. Тетрадь-тренажёр / Т. В. Сиротина. — 2-е изд., эл. — 1 файл pdf : 90 с. — Москва : Издательство «Интеллект-Центр», 2025. — Систем. требования: Adobe Reader XI либо Adobe Digital Editions 4.5 ; экран 10". — Текст : электронный.

ISBN 978-5-907931-84-8

Тетрадь-тренажёр — это уникальное пособие, помогающее формировать необходимые навыки для выполнения различных видов заданий по алгебре, своевременно выявлять и устранять пробелы в знаниях. Все задания удобно систематизированы в виде таблиц, а выполнять их решение можно непосредственно в тетради-тренажёре. Материалы ориентированы на учебник «Математика. Алгебра. 9 класс. Базовый уровень» под редакцией С.А. Теляковского; также возможно их применение с другими учебниками по алгебре для 9-го класса.

Пособие адресовано учителям математики, репетиторам, учащимся и их родителям.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)
ББК 22.1я721

Электронное издание на основе печатного издания: Алгебра. 9 класс. Базовый уровень. Тетрадь-тренажёр / Т. В. Сиротина. — Москва : Издательство «Интеллект-Центр», 2024. — 88 с. — ISBN 978-5-907750-49-4. — Текст : непосредственный.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации.

ISBN 978-5-907931-84-8

© ООО «Издательство «Интеллект-Центр», 2024
© Сиротина Т. В., 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	5
ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА	
Сравнение действительных чисел	6
ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ	
Функции и их свойства	9
Функция $y = ax^2$, её график и свойства	24
Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$	27
Построение графика квадратичной функции	31
УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	
Целые уравнения	34
Дробные рациональные уравнения	42
Решение неравенств второй степени с одной переменной	46
Решение неравенств методом интервалов	50
УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ	
Уравнение с двумя переменными и его график	54
Решение систем уравнений с двумя переменными	61
Неравенства с двумя переменными	67
Системы неравенств с двумя переменными	72
АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ	
Арифметическая прогрессия	78
Геометрическая прогрессия	82
ОТВЕТЫ.....	85

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта тетрадь-тренажёр продолжает серию пособий, предназначенных помочь учащимся средней школы освоить школьную программу по математике. 9-й класс – третий год изучения алгебры. Своевременное усвоение новых тем, отсутствие пробелов в знаниях и получение новых умений – это залог успешной учёбы как в 9-м классе, так и в последующих. Часто ребята не успевают на уроке отработать те или иные действия с числами и переменными, и поэтому им необходимо решить больше похожих примеров, чтобы овладеть новыми знаниями. Это уникальное пособие предлагает подборку большого количества заданий для усвоения материала, то есть будет настоящим помощником учащимся 9–11-х классов.

В тетради-тренажёре собраны примеры из личной практики автора, систематизированные в таблицы. Перед каждой из них сформулировано задание, которое предлагается выполнить учащемуся, а примеры расположены по принципу от простого к сложному. Чтобы достичь наилучшего результата, важно выполнять их последовательно. Буквы А, Б, В в некоторых номерах означают разноуровневые задания, объединённые общим вопросом, но каждое из них целесообразно проработать отдельно. Решения можно выполнять непосредственно в пособии. К заданиям приведены необходимые теоретические сведения «Важно знать» или «Указания» к решению. В тексте они отмечены знаком .

Образцы выполнения некоторых примеров выделены затемнённым фоном. В конце пособия к наиболее сложным заданиям даны ответы.

Тетрадь-тренажёр поможет:

УЧАЩИМСЯ 9-х классов успешно усвоить новые темы, закрепить навыки, а также своевременно устранить пробелы в знаниях, удачно сдать ОГЭ.

УЧАЩИМСЯ 10–11-х классов повторить нужные темы по алгебре для успешной учебы и подготовки к экзаменам, уверенно сдать ЕГЭ.

РОДИТЕЛЯМ оказать поддержку детям в закреплении школьного материала.

УЧИТЕЛЯМ проверить степень усвоения материала, выявить пробелы в знаниях и организовать индивидуальную работу с учащимися.

РЕПЕТИТОРАМ сформировать у школьников прочные навыки в выполнении различных видов заданий, основательно отработать с ними сложные моменты в отдельных темах, а также устранить пробелы в знаниях с максимальной эффективностью.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ОТ 10 ДО 99

Десятки	Единицы										
	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КВАДРАТНОГО КОРНЯ

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{0} = 0$$

ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

СРАВНЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Задание 1. Расположите числа в порядке убывания.

1) 2,3; 3,1; 2,9; 2,5 Ответ: _____	8) $\frac{2}{7}; \frac{6}{7}; \frac{3}{7}; \frac{8}{7}$ Ответ: _____	15) $\frac{2}{5}; 0,3; \frac{3}{2}; 1$ $\frac{2}{5} = 0,4; \frac{3}{2} = 1,5.$ Ответ: $\frac{3}{2}; 1; \frac{2}{5}; 0,3$
2) 7,3; 7,2; 6,9; 5,8 Ответ: _____	9) $\frac{4}{11}; \frac{3}{11}; \frac{9}{11}; \frac{2}{11}$ Ответ: _____	16) $1,1; \frac{6}{5}; 2; \frac{5}{2}$ Ответ: _____
3) 4,3; 4,005; 3,4; 4,01 Ответ: _____	10) $-\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}; -\frac{6}{5}; -\frac{3}{5}$ Ответ: _____	17) $\frac{2}{7}; \frac{4}{11}; 0,(2); \frac{1}{5}$ Ответ: _____
4) 2,03; 2,12; 2,1; 2,(1) Ответ: _____	11) $-\frac{3}{7}; -\frac{5}{7}; -\frac{10}{7}; -\frac{4}{7}$ Ответ: _____	18) $\frac{5}{3}; 1,5; \frac{7}{5}; \frac{8}{7}$ Ответ: _____
5) -3,8; -3,2; -4; -4,1 Ответ: _____	12) $\frac{1}{9}; \frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{3}$ Для сравнения дробей учтём, что, если числители равны, то больше та дробь, знамена- тель которой меньше. Ответ: $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}$	19) $-0,9; -\frac{7}{8}; -\frac{3}{4}; -\frac{2}{19}$ Ответ: _____
6) -9,02; -9,007; -9; -8,97 Ответ: _____	13) $\frac{1}{4}; \frac{1}{12}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}$ Ответ: _____	20) $-\frac{3}{11}; -\frac{2}{9}; -0,07; -\frac{3}{2}$ Ответ: _____
7) -5,01; -4,8; -4,26; -4,09 Ответ: _____	14) $-\frac{1}{5}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{10}; -\frac{1}{15}$ Ответ: _____	21) $-3; -\frac{11}{3}; -\frac{7}{2}; -2,95$ Ответ: _____

Задание 2. Расположите числа в порядке возрастания.

1) $\sqrt{6}; \sqrt{3}; \sqrt{2}; \sqrt{5}$ Сравним подкоренные выражения: $2 < 3 < 5 < 6$. Значит, $\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{6}$. Ответ: $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \sqrt{6}$.	8) $-\sqrt{5}; -\sqrt{7}; -\sqrt{3}; -\sqrt{8}$ Ответ: _____	15) $2; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \sqrt{2}$ Ответ: _____
2) $\sqrt{19}; \sqrt{61}; \sqrt{51}; \sqrt{10}$ Ответ: _____	9) $-\sqrt{2}; -\sqrt{6}; -\sqrt{4}; -\sqrt{5}$ Ответ: _____	16) $-\sqrt{3}; -\sqrt{2}; -\sqrt{6}; -1$ Ответ: _____
3) $\sqrt{11}; \sqrt{17}; \sqrt{7}; \sqrt{23}$ Ответ: _____	10) $3\sqrt{3}; 3\sqrt{2}; 3\sqrt{8}; 3\sqrt{5}$ Ответ: _____	17) $\sqrt{26}; \sqrt{39}; \sqrt{35}; 6$ Ответ: _____
4) $\sqrt{2,3}; \sqrt{1,9}; \sqrt{2,2}; \sqrt{2}$ Ответ: _____	11) $2\sqrt{7}; 2\sqrt{11}; 2\sqrt{6}; 2\sqrt{10}$ Ответ: _____	18) $2\sqrt{5}; 3\sqrt{4}; 5\sqrt{2}; 7$ Ответ: _____
5) $\sqrt{5,1}; \sqrt{6}; \sqrt{4,8}; \sqrt{4,(8)}$ Ответ: _____	12) $3\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; 4\sqrt{2}$ Ответ: _____	19) $4\sqrt{2}; 2\sqrt{7}; 5; 3\sqrt{3}$ Ответ: _____
6) $\sqrt{1,1}; \sqrt{1,01}; \sqrt{1,09}; \sqrt{1,007}$ Ответ: _____	13) $11\sqrt{7}; 8\sqrt{7}; 2\sqrt{7}; 4\sqrt{7}$ Ответ: _____	20) $-8; -\sqrt{63}; -4\sqrt{5}; -3\sqrt{8}$ Ответ: _____
7) $\sqrt{1,25}; \sqrt{1,3}; \sqrt{1,147}; \sqrt{1,15}$ Ответ: _____	14) $5\sqrt{2}; 5\sqrt{8}; 5; 5\sqrt{7}$ Ответ: _____	21) $-2\sqrt{8}; -6; -5\sqrt{2}; -3\sqrt{5}$ Ответ: _____

Задание 3. Определите, какие из чисел принадлежат заданному отрезку.

1) [1;2]	$\frac{10}{11}; \sqrt{2}; 0,(8); \sqrt{5}$	• $\frac{10}{11} < \frac{11}{11} = 1$, значит, $\frac{10}{11} \notin [1;2]$; • $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$, т.е. $1 < \sqrt{2} < 2$, значит, $\sqrt{2} \in [1;2]$; • $0,(8) < 1$, значит, $0,(8) \notin [1;2]$; • $\sqrt{5} > \sqrt{4}$, т.е. $\sqrt{5} > 2$, значит, $\sqrt{5} \notin [1;2]$. Ответ: $\sqrt{2}$.
2) [3;4]	$\frac{13}{2}; \frac{13}{3}; \frac{13}{4}; \frac{13}{5}$	• _____ • _____ • _____ • _____ Ответ: _____.
3) [19;21]	$\frac{190}{11}; \sqrt{441}; 20,(1); \frac{190}{9}$	• _____ • _____ • _____ • _____ Ответ: _____.
4) [-3;-2]	$-1,5; -2,5; 3,5; -\sqrt{5}$	• _____ • _____ • _____ • _____ Ответ: _____.
5) $\left[-1\frac{1}{2}; 0,5\right]$	$\frac{1}{2}; -1,(6); 0; -1,5$	• _____ • _____ • _____ • _____ Ответ: _____.
6) $[\sqrt{2}; 3]$	$\sqrt{7}; 2,5; \sqrt{4}; \sqrt{10}$	• _____ • _____ • _____ • _____ Ответ: _____.
7) [-4;-1]	$1,8; -\sqrt{13}; 0; -\frac{7}{8}$	• _____ • _____ • _____ • _____ Ответ: _____.

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА



Важно знать: **функция** – это зависимость одной переменной от другой, при которой каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной. Обычно переменная y – зависимая, а переменная x – независимая. Эта зависимость записывается так: $y = f(x)$.

Область определения функции $D(f)$ – это все значения независимой переменной x .

Множество значений функции $E(f)$ – это все значения зависимой переменной y .

Задание 4. Заполните таблицу.

А.

	$y = f(x)$	$f(1)$	$f(0)$	$f(-2)$
1)	$y = x + 8$	$f(1) = 1 + 8 = 9$	$f(0) = 0 + 8 = 8$	$f(-2) = -2 + 8 = 6$
2)	$y = x - 7$			
3)	$y = 2x + 1$			
4)	$y = 10 - 5x$			
5)	$y = 12 - 3x$			
6)	$y = \frac{1}{2}x + 7$			
7)	$y = 3 - \frac{1}{2}x$			
8)	$y = \frac{x}{2}$			
9)	$y = \frac{x+1}{2}$			
10)	$y = \frac{2-x}{10}$			
11)	$y = -\frac{x}{10} - 1$			
12)	$y = -\frac{x}{2} - 0,5$			

Б.

$y = f(x)$	$f(2)$	$f(0)$	$f(-1)$
1) $y = \frac{3}{x+2}$			
2) $y = \frac{4}{x-3}$			
3) $y = \frac{6}{x-5}$			
4) $y = \frac{-12}{x+4}$			
5) $y = \frac{-9}{1-2x}$			
6) $y = x^2$			
7) $y = x^2 + 3$			
8) $y = 30 - x^2$			
9) $y = 25 - x^2$			
10) $y = -x^2$			
11) $y = -x^2 + 4$			
12) $y = -x^2 - 9$			
13) $y = \sqrt{x+1}$			
14) $y = -\sqrt{x+2}$			
15) $y = 2\sqrt{x+7}$			

B.

$y = f(x)$	$f(3)$	$f(0)$	$f(-2)$
1) $y = x^2 + x - 1$			
2) $y = x^2 + x + 6$			
3) $y = x^2 + 2x - 3$			
4) $y = x^2 + 3x + 4$			
5) $y = 2x^2 - x - 7$			
6) $y = -3x^2 - x + 20$			
7) $y = \sqrt{3 - x}$			
8) $y = \sqrt{2x - 5}$			
9) $y = -3\sqrt{-x + 4}$			
10) $y = x + 3$			
11) $y = x - 8$			
12) $y = - x $			
13) $y = x + 3 $			
14) $y = x - 5 $			
15) $y = -x + 4 - 1$			

Задание 5. Найдите нули функции.
А.

1) $f(x) = x + 5$ $f(x) = 0$, если $x + 5 = 0$, $x = -5$. Ответ: -5.	6) $f(x) = (x + 5)(x - 9)$ Ответ: _____
2) $f(x) = 14 - x$ Ответ: _____	7) $f(x) = x^2 + x$ Ответ: _____
3) $f(x) = 2x - 7$ Ответ: _____	8) $f(x) = x^2 - 9$ Ответ: _____
4) $f(x) = x^2$ Ответ: _____	9) $f(x) = x^3 - 8$ Ответ: _____
5) $f(x) = (x - 1)(x - 3)$ Ответ: _____	10) $f(x) = x^3 - 27$ Ответ: _____

11) $f(x) = 1 + x^3$ Ответ: _____	14) $f(x) = x^2 + 6x - 7$ Ответ: _____
12) $f(x) = 64 + x^3$ Ответ: _____	15) $f(x) = x^2 + 4x + 4$ Ответ: _____
13) $f(x) = x^2 - 5x + 6$ Ответ: _____	16) $f(x) = x^2 - 7x - 8$ Ответ: _____

Б.

1) $f(x) = \sqrt{x}$ Ответ: _____	3) $f(x) = \sqrt{2-x}$ Ответ: _____
2) $f(x) = \sqrt{x+3}$ Ответ: _____	4) $f(x) = -2\sqrt{x}$ Ответ: _____

5) $f(x) = \sqrt{x} - 3$ Ответ: _____	11) $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ Ответ: _____
6) $f(x) = 9 - \sqrt{x}$ Ответ: _____	12) $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ Ответ: _____
7) $f(x) = 3\sqrt{x} - 6$ Ответ: _____	13) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ Ответ: _____
8) $f(x) = \sqrt{x-7} - 3$ Ответ: _____	14) $f(x) = \frac{x^2 + 7x}{2x}$ Ответ: _____
9) $f(x) = \frac{x+3}{2}$ Ответ: _____	15) $f(x) = \frac{3x^2 - 27}{x+3}$ Ответ: _____
10) $f(x) = \frac{x-8}{3}$ Ответ: _____	16) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{3x - x^2}$ Ответ: _____

Задание 6. Найдите область определения функции.

1) $f(x) = x + 11$ x – любое число. Ответ: $D(f) = (-\infty; +\infty)$.	9) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{2}$ Ответ: $D(f) =$ _____
2) $f(x) = x^2$ Ответ: $D(f) =$ _____	10) $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x+1}{x-1}$ Ответ: $D(f) =$ _____
3) $f(x) = -x^2 + 1$ Ответ: $D(f) =$ _____	11) $f(x) = \sqrt{x+1}$ $x+1 \geq 0$, $x \geq -1$. Ответ: $D(f) = [-1; +\infty)$
4) $f(x) = (x-2)(x+4)$ Ответ: $D(f) =$ _____	12) $f(x) = \sqrt{5-2x}$ Ответ: $D(f) =$ _____
5) $f(x) = 18 - x^3$ Ответ: $D(f) =$ _____	13) $f(x) = \sqrt{x-3} + x$ Ответ: $D(f) =$ _____
6) $f(x) = x$ Ответ: $D(f) =$ _____	14) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-3}$ Ответ: $D(f) =$ _____
7) $f(x) = \frac{x-8}{3}$ Ответ: $D(f) =$ _____	15) $f(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{(x-1)(x+2)}$ Ответ: $D(f) =$ _____
8) $f(x) = \frac{x-8}{x}$ Ответ: $D(f) =$ _____	16) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{x^3}{x-1}$ Ответ: $D(f) =$ _____



Важно знать:

Функция $y = f(x)$ называется чётной, если:

- 1) область определения функции симметрична относительно начала координат;
- 2) для любого $x \in D(f)$ справедливо равенство $f(-x) = f(x)$.

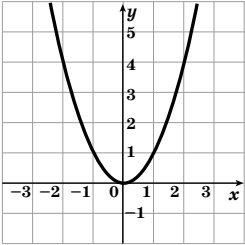
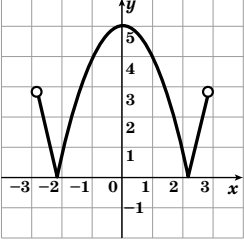
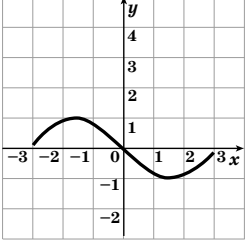
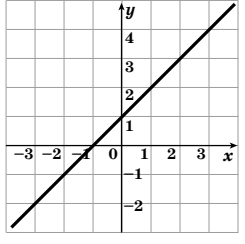
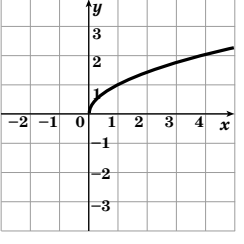
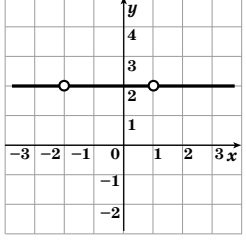
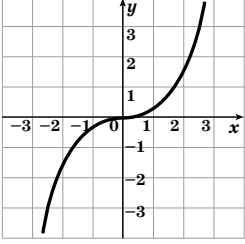
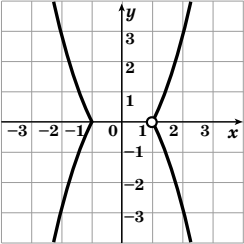
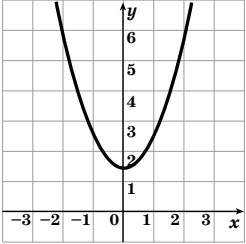
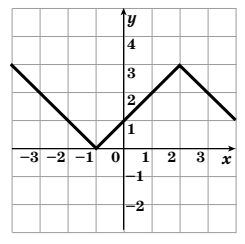
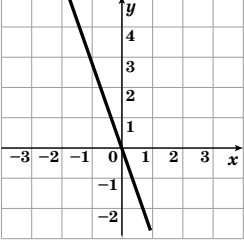
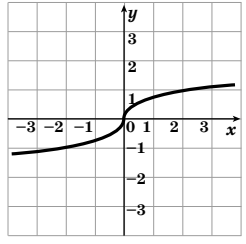
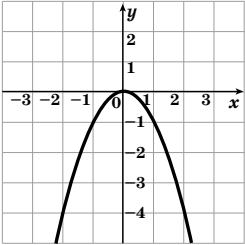
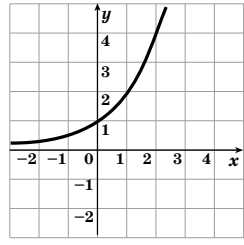
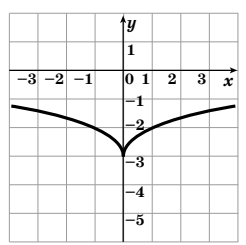
График чётной функции симметричен относительно оси ординат.

Функция $y = f(x)$ называется нечётной, если:

- 1) область определения функции симметрична относительно начала координат;
- 2) для любого $x \in D(f)$ справедливо равенство $f(-x) = -f(x)$.

График чётной функции симметричен относительно начала координат.

Задание 7. По графику функции $y = f(x)$, изображённого на рисунке, определите, какая эта функция: а) чётная; б) нечётная; в) ни чётная, ни нечётная.

1) 	6) 	11) 
Ответ: _____	Ответ: _____	Ответ: _____
2) 	7) 	12) 
Ответ: _____	Ответ: _____	Ответ: _____
3) 	8) 	13) 
Ответ: _____	Ответ: _____	Ответ: _____
4) 	9) 	14) 
Ответ: _____	Ответ: _____	Ответ: _____
5) 	10) 	15) 
Ответ: _____	Ответ: _____	Ответ: _____



Указание: для определения чётности функции, проверьте, симметрична ли её область определения относительно начала координат, а затем симметричен ли график этой функции относительно оси ординат или начала координат.

Задание 8. Изобразите какие-нибудь линии, каждая из которых могла бы быть графиком функции $y = f(x)$, если известно, что:

1) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = (-\infty; +\infty)$ • $f(0) = 0$ • функция монотонно возрастает на $D(f)$			
2) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = (-\infty; +\infty)$ • $f(2) = 0$ • функция монотонно убывает на $D(f)$			
3) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = [-4; 4]$ • нули функции $-2; 2$ • $f(-5) = -4$, • $f(0) = 4$, • $f(5) = -4$,			
4) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = [-5; 5]$ • 2 – ноль функции • $f(-4) = 3$ • $f(0) = 5$ • $f(3) = -5$			
5) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = (-\infty; +\infty)$ • нули функции -3 и 3 • $f(0) = 5$			
6) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = (-\infty; +\infty)$ • -2 – ноль функции • $f(0) = 3$ • функция монотонно возрастает на $D(f)$			

7) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = (-\infty; +\infty)$ • нули функции 0 и 3 • $f(1) = 3$ • функция возрастает на $(-\infty; 1]$			
8) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = (-\infty; +\infty)$ • нули функции -4, 0 и 4 • $f(-2) = 2$ • функция возрастает на $(-\infty; -2]$			
9) • $D(f) = (1; +\infty)$ • $E(f) = (1; +\infty)$ • нулей функции нет • $f(1) = 1$, $f(2) = 5$, $f(4) = 2$			
10) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = [1; +\infty)$ • функция чётная • нулей функции нет • $f(0) = 1$, • функция убывает на $(-\infty; 0]$			
11) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = (-\infty; 4]$ • функция чётная • нули функции -3; 3 • $f(0) = 4$			
12) • $D(f) = (-\infty; +\infty)$ • $E(f) = (-\infty; +\infty)$ • функция нечётная • нули функции -5; 0 и 5 • $f(0) = 0$, $f(3) = -4$			

Задание 9. Точка $A(x; y)$ принадлежит графику функции $y = f(x)$. Задайте формулой эту функцию, зная её вид и координаты точки A .

	Вид функции	$A(x; y)$	Решение
1)	$y = kx$	$(2; 8)$	Подставим в формулу $y = kx$ координаты точки A : $x = 2, y = 8$. Найдём значение коэффициента k . $8 = k \cdot 2, k = 4$. Ответ: $f(x) = 4x$.
2)	$y = kx$	$(-3; 6)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
3)	$y = kx$	$(\frac{1}{7}; 7)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4)	$y = kx$	$(-1; -8)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
5)	$y = \frac{k}{x}$	$(1; -2)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
6)	$y = \frac{k}{x}$	$(3; -1)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
7)	$y = \frac{k}{x}$	$(-6; 1,5)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8)	$y = \frac{k}{x}$	$(0,5; 4)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
9)	$y = k\sqrt{x}$	$(4; 4)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
10)	$y = k\sqrt{x}$	$(9; -3)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
11)	$y = k x $	$(8; 4)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
12)	$y = k x $	$(-5; 0,5)$	Ответ: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

Задание 10. Задайте формулой:

- функцию вида $y = kx + b$, график которой изображён на рисунке.

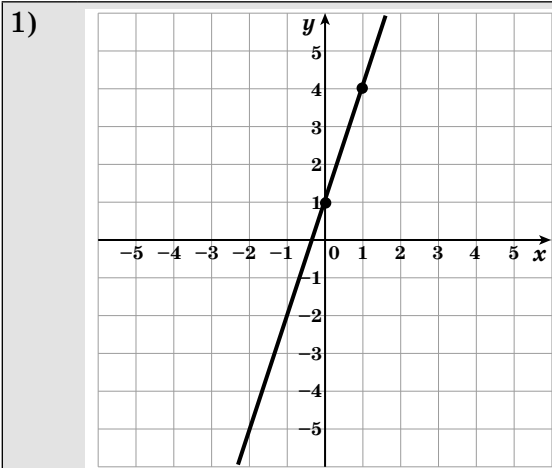
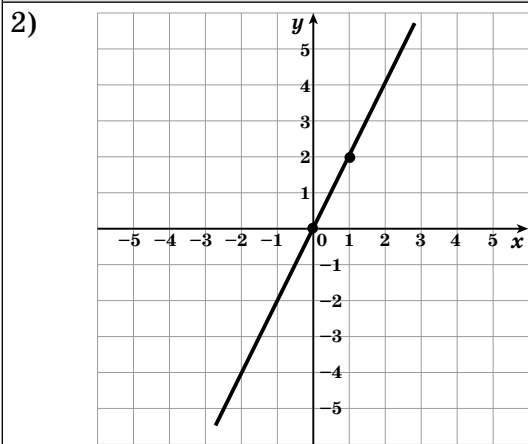


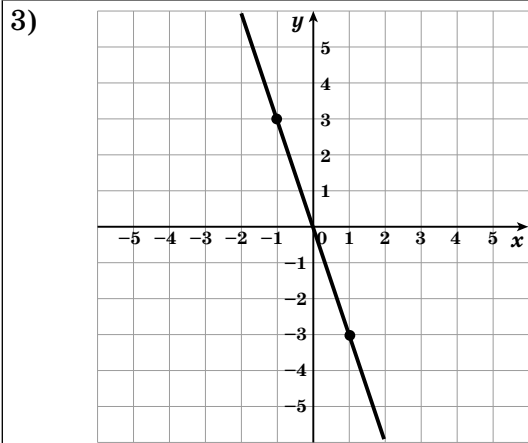
График функции проходит через точки с координатами (0; 1) и (1; 4). Подставим координаты в формулу $y = kx + b$.

$$\begin{aligned} (0;1) & \quad \begin{cases} 1 = k \cdot 0 + b, \\ 4 = k \cdot 1 + b; \end{cases} & \begin{cases} b = 1, \\ k = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

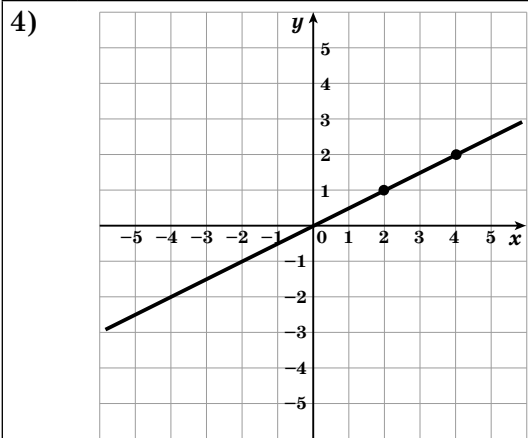
Ответ: $y = 3x + 1$.



Ответ: $y =$ _____

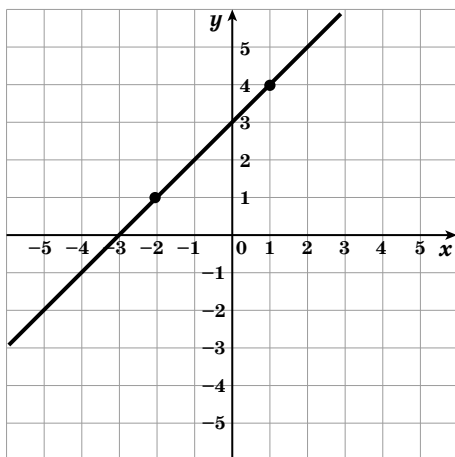


Ответ: $y =$ _____



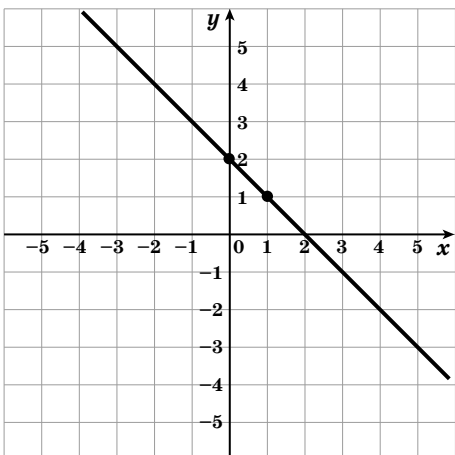
Ответ: $y =$ _____

5)



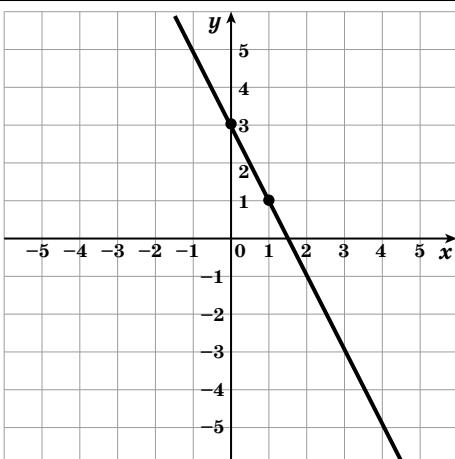
Ответ: $y =$ _____

6)



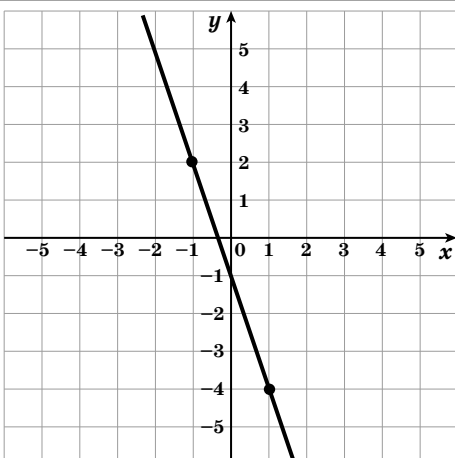
Ответ: $y =$ _____

7)



Ответ: $y =$ _____

8)



Ответ: $y =$ _____

• функцию вида $y = \frac{k}{x}$, график которой изображён на рисунке.

9)

Ответ: $y =$ _____

10)

Ответ: $y =$ _____

11)

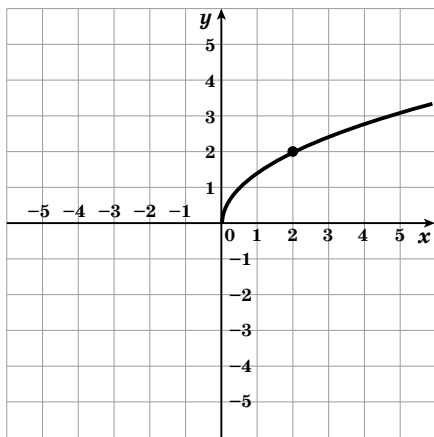
Ответ: $y =$ _____

12)

Ответ: $y =$ _____

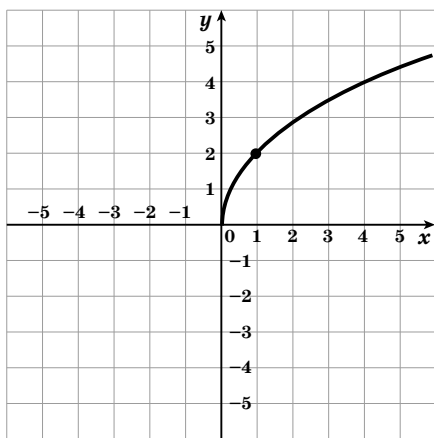
• функцию вида $y = \sqrt{kx}$, график которой изображён на рисунке.

13)



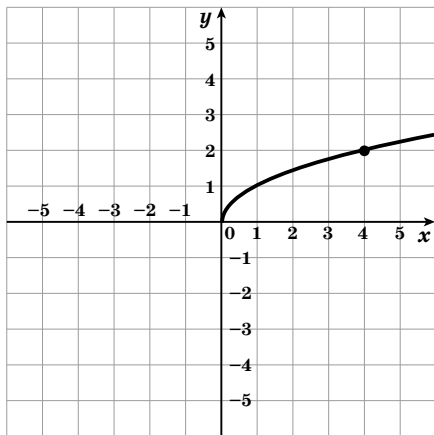
Ответ: $y =$ _____

14)



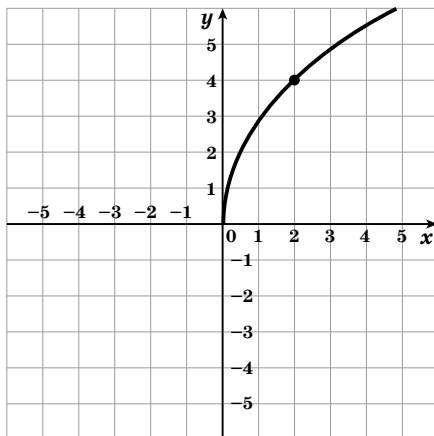
Ответ: $y =$ _____

15)



Ответ: $y =$ _____

16)



Ответ: $y =$ _____

ФУНКЦИЯ $y = ax^2$, ЕЁ ГРАФИК И СВОЙСТВА



Важно знать:

- **Квадратичная функция** – это функция, которую можно задать формулой $y = ax^2 + bx + c$, где x – независимая переменная, a, b, c – некоторые числа, $a \neq 0$. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

График квадратичной функции – парабола, если $a > 0$ – ветви параболы направлены вверх, если $a < 0$ – ветви параболы направлены вниз.

- График квадратичной функции $y = ax^2$ – парабола, вершина параболы – $(0; 0)$, ось симметрии параболы – ось ординат ($x = 0$).

Задание 11. Постройте график функции.

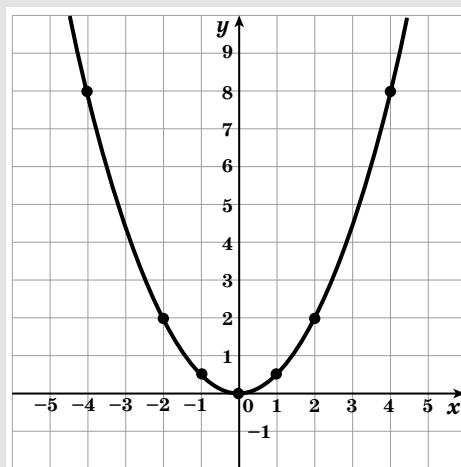
1)

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

Квадратичная функция, график – парабола,
 $a = \frac{1}{2}$, $a > 0$, ветви направлены вверх, вершина
 параболы $(0; 0)$, ось симметрии параболы $x = 0$.

x	-4	-2	-1	0	1	2	4
y	8	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	8

вершина
параболы



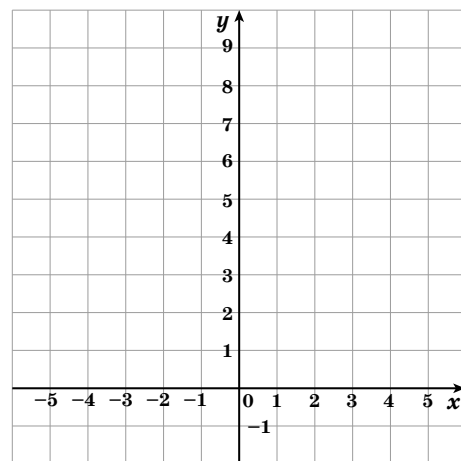
2)

$$y = 2x^2$$

_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены
 _____, вершина параболы _____,
 ось симметрии параболы $x =$ _____.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	8	2	$\frac{1}{2}$				

вершина
параболы



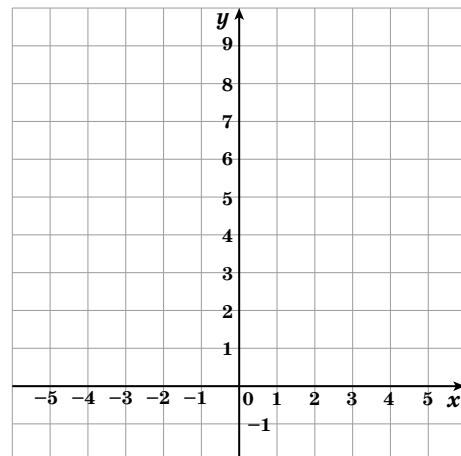
3)

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены
 _____, вершина параболы _____,
 ось симметрии параболы $x =$ _____.

x	-4	-2	-1	0	1	2	4
y					$\frac{1}{4}$	1	4

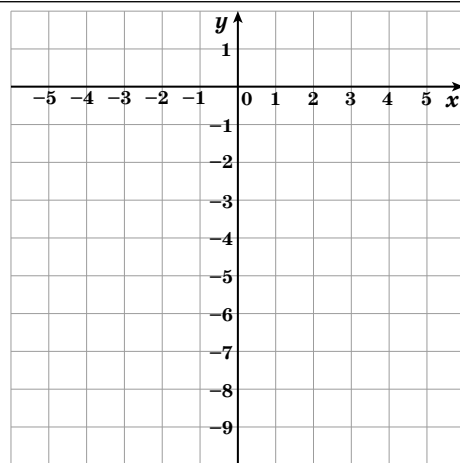
вершина
параболы



- 4) $y = -4x^2$
- _____ функция, график – _____,
- $a = \underline{\hspace{1cm}}, a \underline{\hspace{1cm}} 0$, ветви направлены _____,
- вершина параболы _____,
- ось симметрии параболы $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

x	-1,5	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	1,5
y							

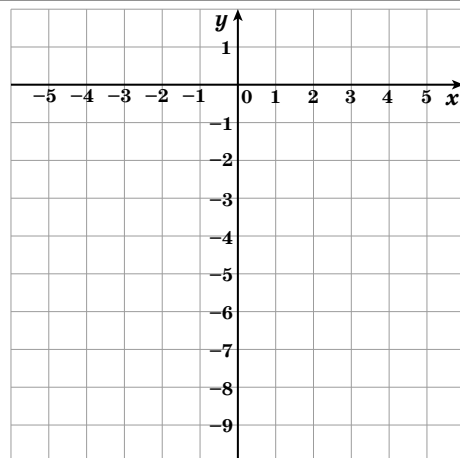
вершина
параболы



- 5) $y = -\frac{1}{2}x^2$
- _____ функция, график – _____,
- $a = \underline{\hspace{1cm}}, a \underline{\hspace{1cm}} 0$, ветви направлены _____,
- вершина параболы _____,
- ось симметрии параболы $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

x							
y							

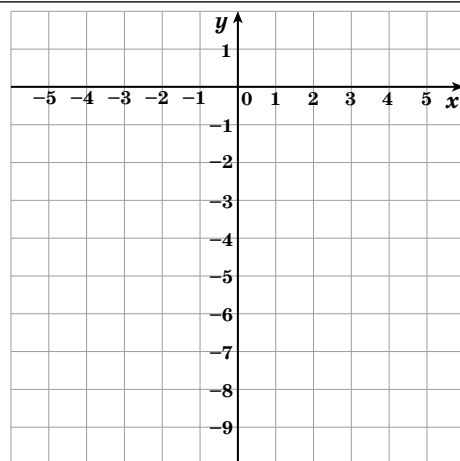
вершина
параболы



- 6) $y = -2x^2$
- _____ функция, график – _____,
- $a = \underline{\hspace{1cm}}, a \underline{\hspace{1cm}} 0$, ветви направлены _____,
- вершина параболы _____,
- ось симметрии параболы $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

x							
y							

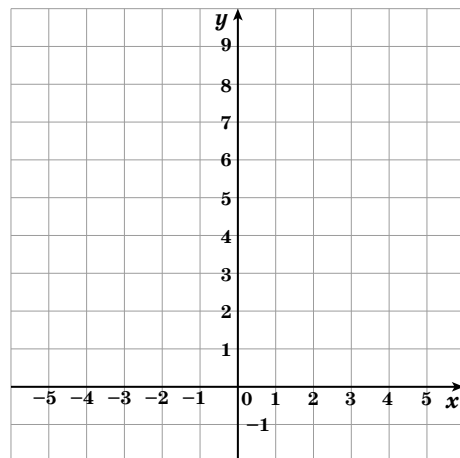
вершина
параболы



- 7) $y = 4x^2$
- _____ функция, график – _____,
- $a = \underline{\hspace{1cm}}, a \underline{\hspace{1cm}} 0$, ветви направлены _____,
- вершина параболы _____,
- ось симметрии параболы $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

x							
y							

вершина
параболы



Задание 12. Найдите координаты точек пересечения графиков функций.

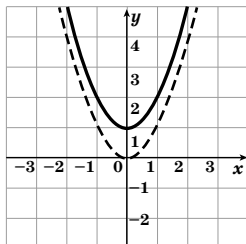
1) $y = x^2$, $y = x + 2$ Составим и решим систему уравнений: $\begin{cases} y = x^2, \\ y = x + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2, \\ x^2 = x + 2; \end{cases}$ • $x^2 = x + 2$, $x^2 - x - 2 = 0$, $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9,$ $x_1 = \frac{1+3}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{1-3}{2} = -1.$ •• $\begin{cases} x = 2, \\ y = x^2. \end{cases}$ или $\begin{cases} x = -1, \\ y = x^2. \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = 4. \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1, \\ y = 1. \end{cases}$ Ответ: (2; 4), (-1; 1).	5) $y = x^2 - x + 2$, $y = 2x^2$ Ответ: _____.
2) $y = x^2$, $y = 5x - 6$ Ответ: _____.	6) $y = -3x^2 + 2x$, $y = -2x^2 - 3$ Ответ: _____.
3) $y = -x^2$, $y = -3x - 10$ Ответ: _____.	7) $y = 2x^2 - 3x + 1$, $y = x^2 - x + 9$ Ответ: _____.
4) $y = -x^2 - 1$, $y = 2x$ Ответ: _____.	8) $y = 5x^2 - 2x - 7$, $y = 3x^2 + 5$ Ответ: _____.

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ $y = ax^2 + n$ И $y = a(x - t)^2$



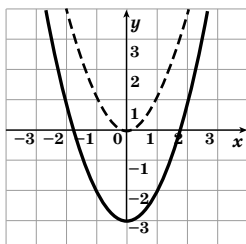
Важно знать: графиком функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - t)^2$ является парабола, которую можно получить из графика функции $y = ax^2$ с помощью параллельного переноса вдоль оси y на n единиц или вдоль оси x на t единиц соответственно. Например:

$$y = x^2 + 1$$



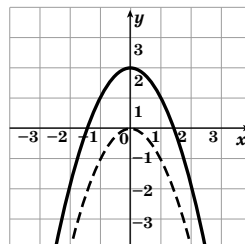
Параллельный перенос вдоль оси y на 1 единицу вверх графика функции $y = x^2$

$$y = x^2 - 3$$



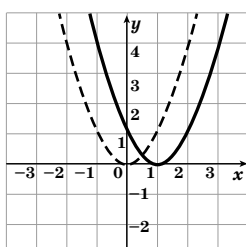
Параллельный перенос вдоль оси y на 3 единицы вниз графика функции $y = x^2$

$$y = -x^2 + 2$$



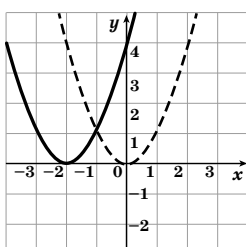
Параллельный перенос вдоль оси y на 2 единицы вверх графика функции $y = -x^2$

$$y = (x - 1)^2$$



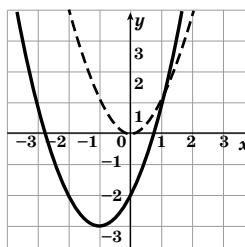
Параллельный перенос вдоль оси x на 1 единицу вправо графика функции $y = x^2$

$$y = (x + 2)^2$$



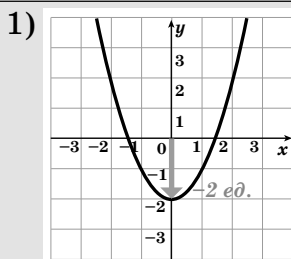
Параллельный перенос вдоль оси x на 2 единицы влево графика функции $y = x^2$

$$y = (x + 1)^2 - 3$$

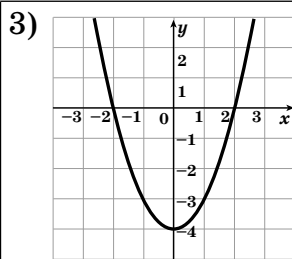


Параллельный перенос вдоль оси x на 1 единицу влево и параллельный перенос вдоль оси y на 3 единицы вниз графика функции $y = x^2$

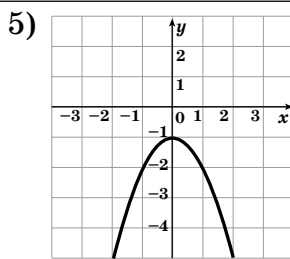
Задание 13. Задайте уравнением функцию вида $y = ax^2 + n$, график которой изображён на рисунке.



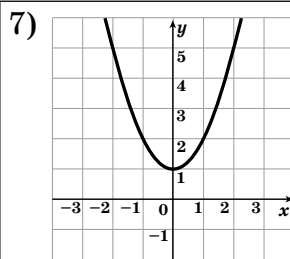
$$y = x^2 - 2.$$



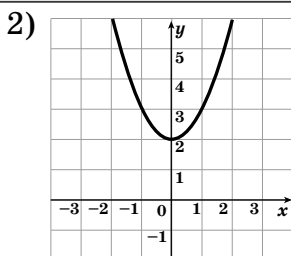
$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



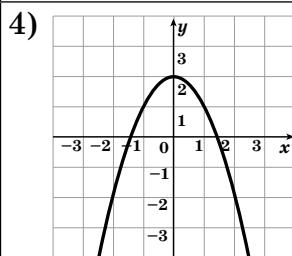
$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



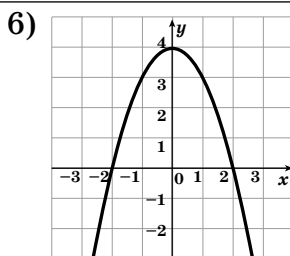
$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



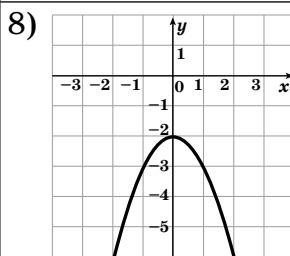
$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

Задание 14. Задайте уравнением функцию вида $y = a(x - m)^2$, график которой изображён на рисунке.

1) $y = (x - 2)^2$.	3) $y =$ _____	5) $y =$ _____	7) $y =$ _____
2) $y =$ _____	4) $y =$ _____	6) $y =$ _____	8) $y =$ _____

Задание 15. Задайте уравнением функцию вида $y = a(x - m)^2 + n$, график которой изображён на рисунке.

1) $y = (x - 1)^2 - 3$.	4) $y =$ _____	7) $y =$ _____	10) $y =$ _____
2) $y =$ _____	5) $y =$ _____	8) $y =$ _____	11) $y =$ _____
3) $y =$ _____	6) $y =$ _____	9) $y =$ _____	12) $y =$ _____



Важно знать:

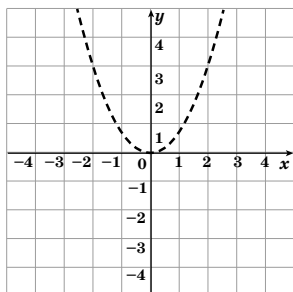
Из графика любой функции $y = f(x)$:

- с помощью параллельного переноса вдоль оси y или вдоль оси x можно получить соответственно графики функций $y = f(x) + n$ или $y = f(x - t)$, а с помощью двух параллельных переносов вдоль осей x и y можно получить график функции $y = f(x - t) + n$.
- с помощью симметрии относительно оси x можно получить график функции $y = -f(x)$.

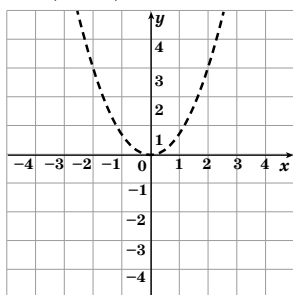
Задание 16. Постройте график указанной функции с помощью данного графика функции:

- $y = x^2$

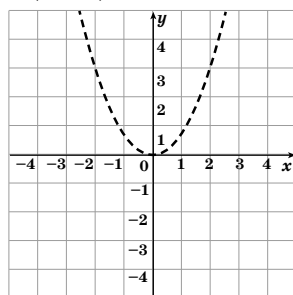
1) $y = x^2 - 3$



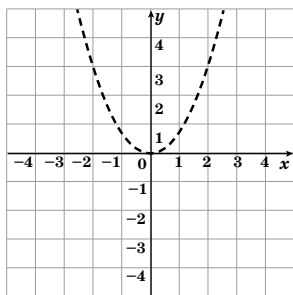
3) $y = -(x-1)^2$



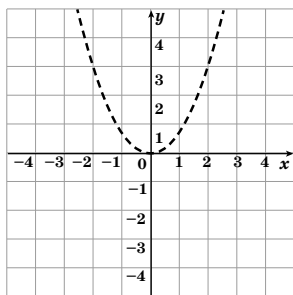
5) $y = (x-2)^2 - 3$



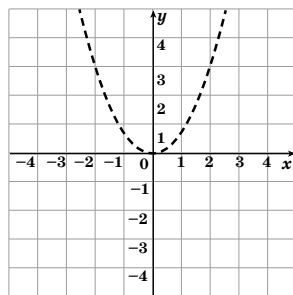
2) $y = (x+2)^2$



4) $y = (x+2)^2 + 1$

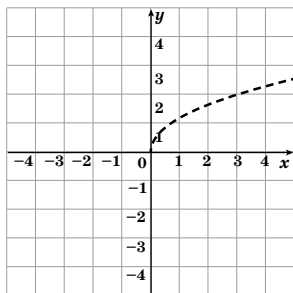


6) $y = -(x+3)^2 + 2$

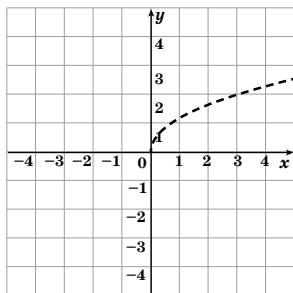


- $y = \sqrt{x}$

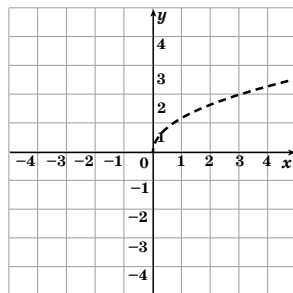
7) $y = \sqrt{x} + 1$



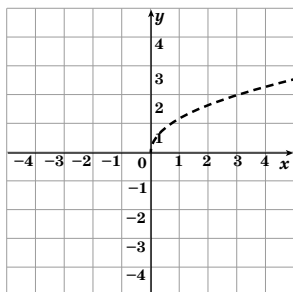
9) $y = \sqrt{x-2}$



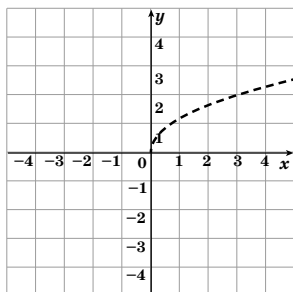
11) $y = \sqrt{x+3} - 3$



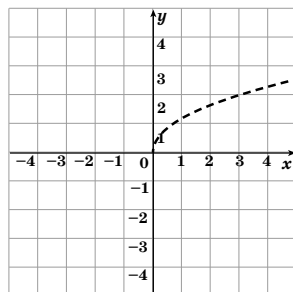
8) $y = \sqrt{x} - 2$



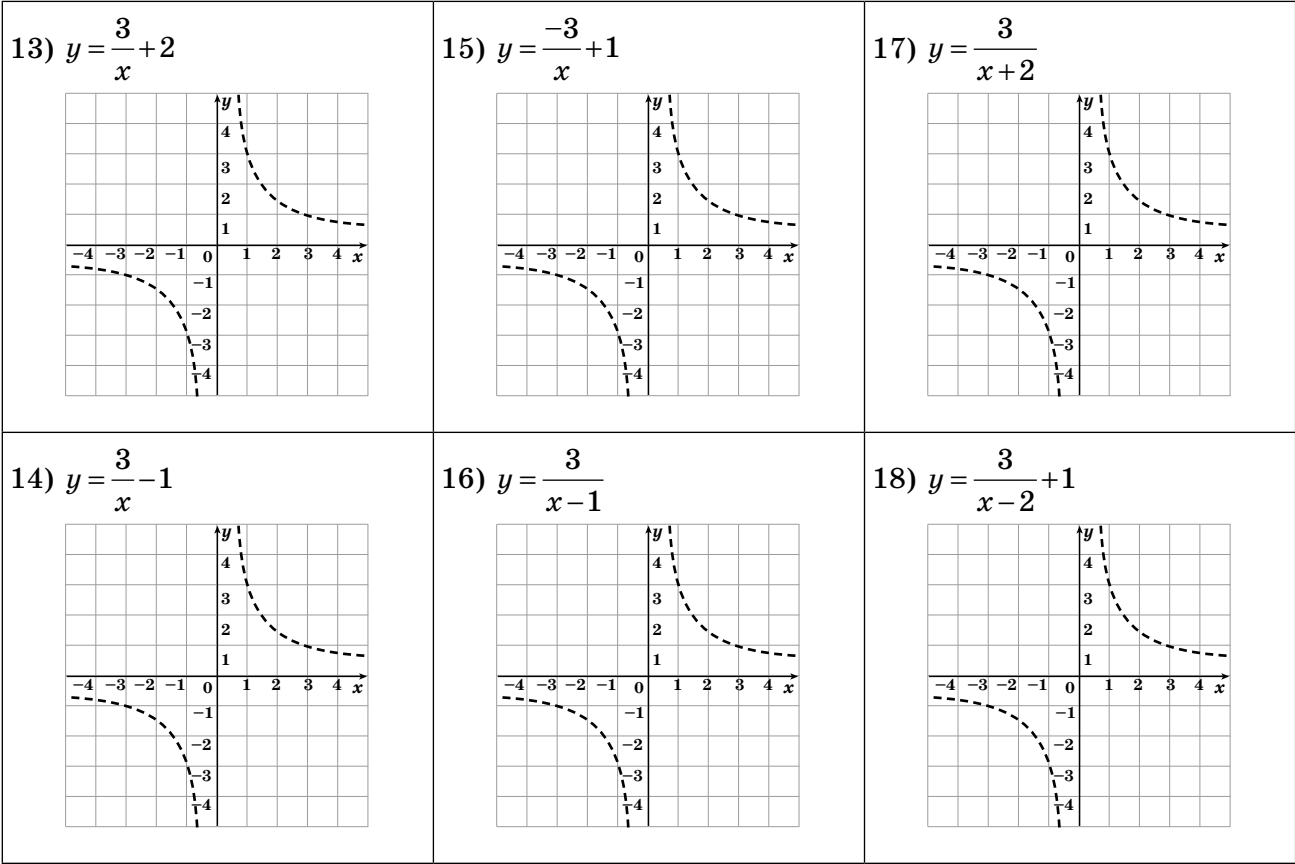
10) $y = -\sqrt{x+3}$



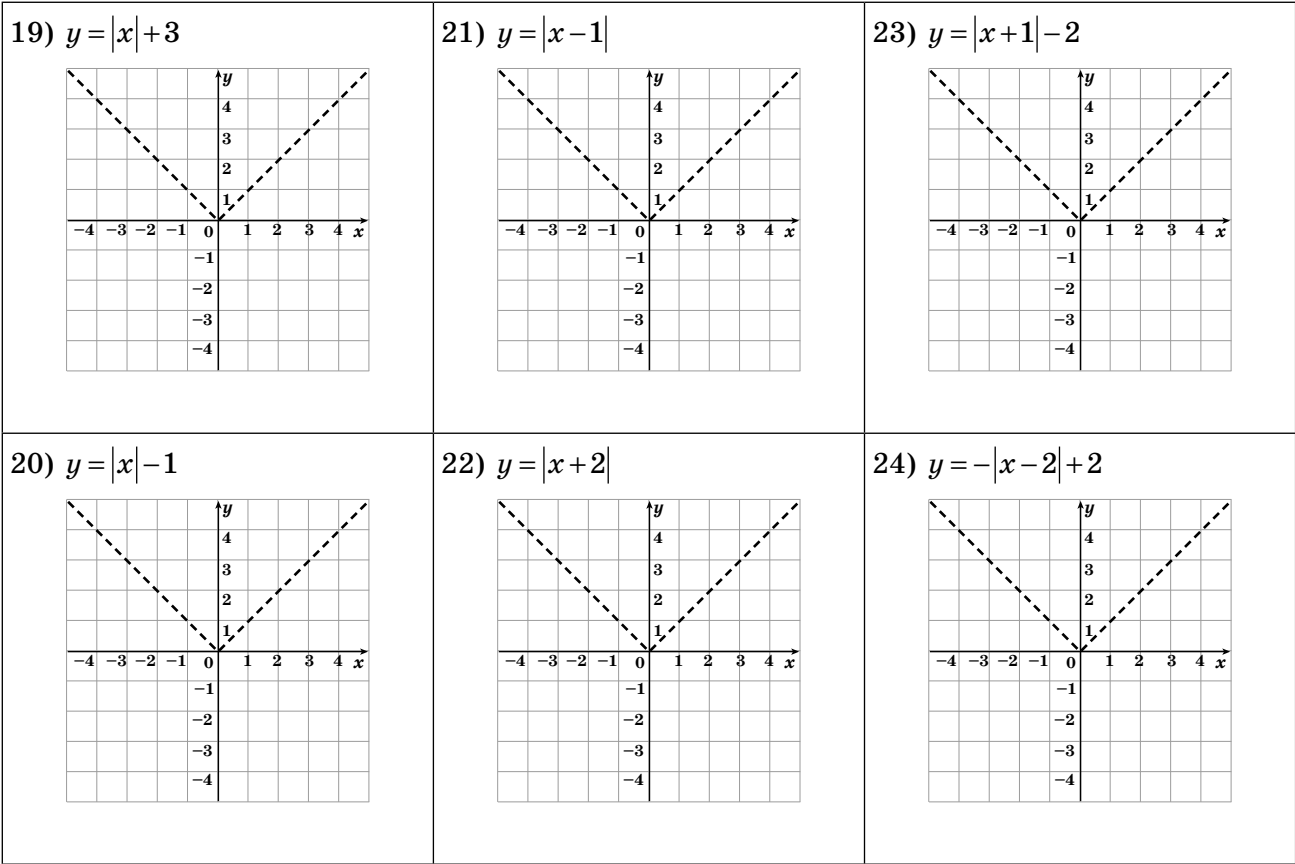
12) $y = -\sqrt{x-1} + 2$



- $y = \frac{3}{x}$



- $y = |x|$



ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ



Важно знать:

Координаты вершины параболы, удобно находить следующим образом:

- абсцисса вершины параболы $x_B = \frac{-b}{2a}$,
- ординату вершины параболы y_B можно найти, подставив найденное значение x_B в формулу $y = ax^2 + bx + c$.

Осью симметрии параболы является прямая $x = x_B$, параллельная оси y .

Задание 17. Заполните таблицу.

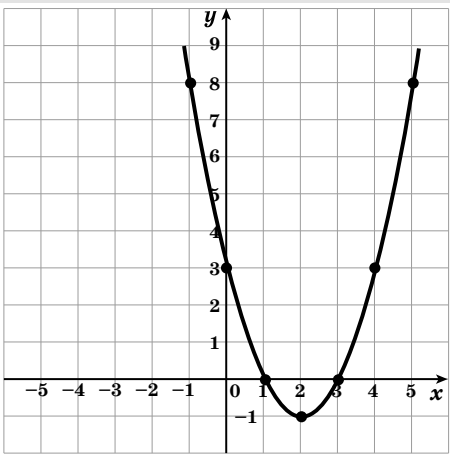
	$y = f(x)$	абсцисса вершины параболы x_B	ордината вершины параболы y_B	координаты вершины	ось симме- трии пара- болы
1)	$y = x^2 - 6x - 8$	$x_B = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2 \cdot 1} = 3$	$y_B = 3^2 - 6 \cdot 3 - 8 = -17$	(3; -17)	$x = 3$
2)	$y = x^2 + 8x + 12$				
3)	$y = -2x^2 - 4x$				
4)	$y = -x^2 + x$				
5)	$y = 3x^2 - 18x + 20$				
6)	$y = -2x^2 - 12x - 9$				
7)	$y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1,5$				
8)	$y = 2x^2 - 8x - 3$				

Задание 18. Постройте график функции.

- 1) $y = x^2 - 4x + 3$
Квадратичная функция, график – парабола, $a = 1$,
 $a > 0$, ветви направлены вверх,
 $x_B = \frac{4}{2 \cdot 1} = 2$, $y_B = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$,
вершина параболы $(2; -1)$, ось симметрии параболы $x = 2$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	8	3	0	-1	0	3	8

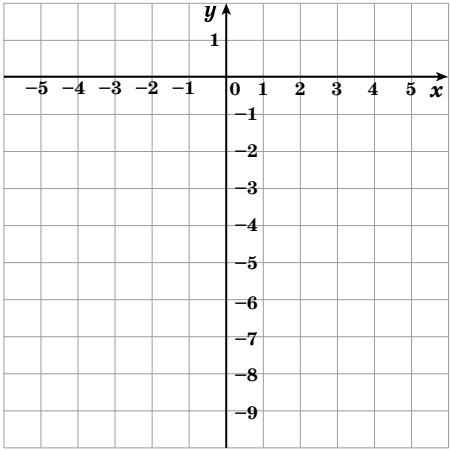
вершина
параболы



- 2) $y = x^2 - 2x - 8$
_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены _____,
 $x_B =$ _____ $y_B =$ _____
вершина параболы _____,
ось симметрии параболы $x =$ _____.

x							
y							

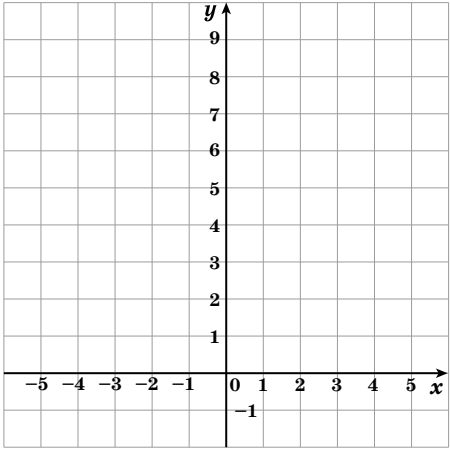
вершина
параболы



- 3) $y = -x^2 + 6x$
_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены _____,
 $x_B =$ _____ $y_B =$ _____
вершина параболы _____,
ось симметрии параболы $x =$ _____.

x							
y							

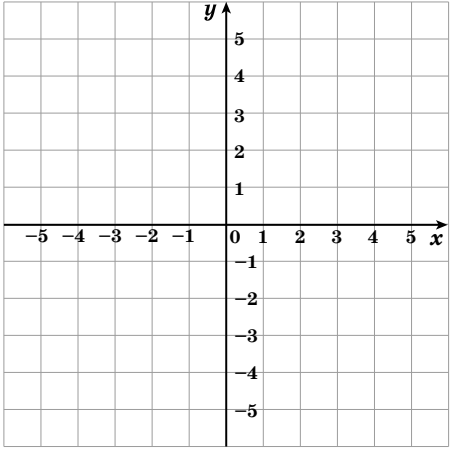
вершина
параболы



- 4) $y = -x^2 + 2x + 3$
_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены _____,
 $x_B =$ _____ $y_B =$ _____
вершина параболы _____,
ось симметрии параболы $x =$ _____.

x							
y							

вершина
параболы

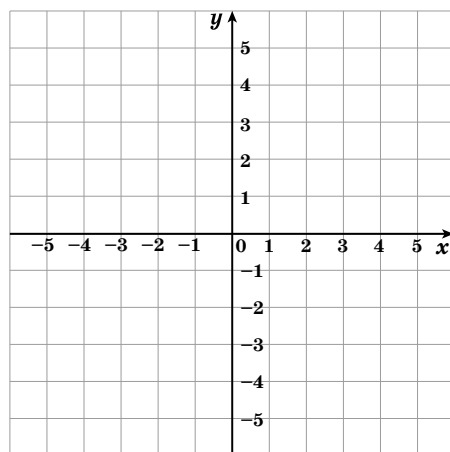


5) $y = 0,5x^2 - 2x$

_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены _____,
 $x_B =$ _____ $y_B =$ _____
 вершина параболы _____,
 ось симметрии параболы $x =$ _____.

x							
y							

вершина
параболы

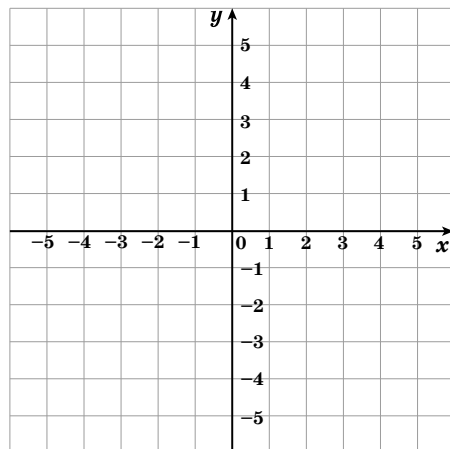


6) $y = x^2 + 2x + 1$

_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены _____,
 $x_B =$ _____ $y_B =$ _____
 вершина параболы _____,
 ось симметрии параболы $x =$ _____.

x							
y							

вершина
параболы

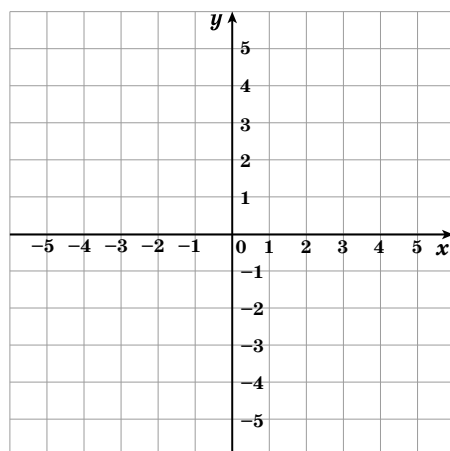


7) $y = -x^2 + 4x - 4$

_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены _____,
 $x_B =$ _____ $y_B =$ _____
 вершина параболы _____,
 ось симметрии параболы $x =$ _____.

x							
y							

вершина
параболы

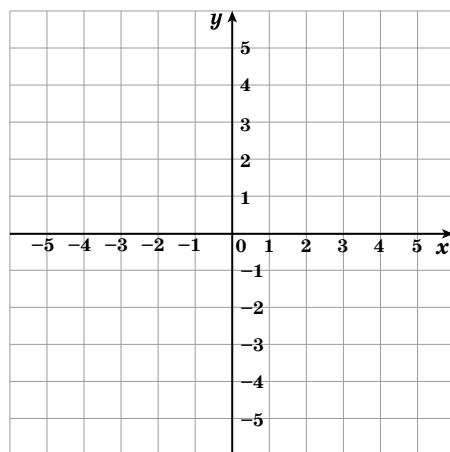


8) $y = -x^2 - 6x - 5$

_____ функция, график – _____,
 $a =$ _____, a _____ 0, ветви направлены _____,
 $x_B =$ _____ $y_B =$ _____
 вершина параболы _____,
 ось симметрии параболы $x =$ _____.

x							
y							

вершина
параболы



УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

ЦЕЛЫЕ УРАВНЕНИЯ



Важно знать.

- Уравнение называется **целым**, если его левая и правая части – целые выражения.
- Если целое уравнение записать в виде $P(x) = 0$, где $P(x)$ – многочлен стандартного вида, то степень этого многочлена является степенью данного целого уравнения.
- Уравнение n -й степени имеет не более n корней.

Задание 19. Определите степень целого уравнения.

	Уравнение	Степень уравнения
1)	$2x^3 - x^4 + 3x - x^5 + 6 = 0$ В левой части уравнения – многочлен стандартного вида 5-й степени. В правой части уравнения – ноль.	5
2)	$5x - x^6 - 2x^3 + 1 = 0$	
3)	$x^2 + 3 = x^3 - 5$	
4)	$x^2 - 3x + 2 = x^2 + 5$	
5)	$(x+1)^2 = (x-3)^2$	
6)	$(2x-3)^2 = 4(x-1)^2$	
7)	$(x-1)(x-2)(x-3) = 0$	
8)	$(x+1)(x-3)(x+7) = 4$	
9)	$x(x^2+1) + x(x^3-1) = 0$	
10)	$2x(x^2-x) - x^2(x+5) = 0$	

Важно знать.

Чтобы решить целое уравнение, как правило, его приводят к виду $P(x)=0$, где $P(x)$ – многочлен стандартного вида.

Задание 20. Решите уравнение.

$$1) (x-3)^2 = (x+7)^2,$$

$$x^2 - 6x + 9 = x^2 + 14x + 49,$$

$$x^2 - 6x + 9 - x^2 - 14x - 49 = 0,$$

$$-20x - 40 = 0,$$

$$-20x = 40,$$

$$x = -2.$$

Ответ: -2.

$$4) \frac{x}{3} + \frac{1-x}{5} = -1,$$
$$\frac{5x+3(1-x)}{15} = -1,$$

$$\frac{5x+3-3x}{15} = -1,$$

$$\frac{2x+3}{15} = \frac{-1}{1},$$

$$2x + 3 = -15,$$

$$2x = -18,$$

$$x = -9.$$

Ответ: -9.

$$2) \quad 2x(x-3) = x(6-x) + 15$$

$$5) \frac{x+3}{2} + \frac{x-2}{4} = 1$$

Ответ: .

Ответ: .

$$\text{3) } x^2(x+1) - x(x^2 + 2x - 5) = 6$$

$$6) \frac{x^2}{3} - \frac{x+1}{2} = 1$$

Ответ: .

Ответ: .



Важно знать.

Если в целом уравнении вида $P(x)=0$ многочлен $P(x)$ третьей и более степени, то для решения уравнения удобно использовать:

- 1) приём разложения на множители многочлена $P(x)$;
- 2) метод введения новой переменной.

Задание 21. Решите уравнение с помощью разложения на множители.



Важно знать. Способы разложения на множители:

- 1) вынесение за скобки общего множителя;
- 2) способ группировки;
- 3) формулы сокращённого умножения (см. справочные материалы);
- 4) разложение на множители квадратного трёхчлена по формуле $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1 и x_2 – корни квадратного трёхчлена.

1) $x^3 - 8x^2 = 0$ Вынесем общий множитель x^2 за скобки. $x^2(x-8) = 0,$ $x^2 = 0 \quad \text{или} \quad x-8 = 0,$ $x = 0 \quad \quad \quad x = 8.$ Ответ: 0; 8.	3) $(x^3 - 3)^2 - (x^3 + 1)^2 = 0$ Воспользуемся формулой разности квадратов. $((x^3 - 3) - (x^3 + 1))((x^3 - 3) + (x^3 + 1)) = 0,$ $(x^3 - 3 - x^3 - 1)(x^3 - 3 + x^3 + 1) = 0,$ $-4 \cdot (2x^3 - 2) = 0,$ $2x^3 - 2 = 0,$ $2x^3 = 2,$ $x^3 = 1,$ $x = 1.$ Ответ: 1.
2) $x^3 - x + 3x^2 - 3 = 0$ Для разложения многочлена на множители воспользуемся способом группировки. $x(x^2 - 1) + 3(x^2 - 1) = 0,$ $(x+3)(x^2 - 1) = 0,$ $(x+3)(x-1)(x+1) = 0,$ $x+3 = 0 \quad \text{или} \quad x-1 = 0 \quad \text{или} \quad x+1 = 0,$ $x = -3 \quad \quad \quad x = 1 \quad \quad \quad x = -1.$ Ответ: -3; 1; -1.	4) $(x+1)(x-2) + (x+1)(x+5) = 0$ Вынесем общий множитель $(x+1)$ за скобки. $(x+1)((x-2) + (x+5)) = 0,$ $(x+1)(x-2+x+5) = 0,$ $(x+1)(2x+3) = 0,$ $x+1 = 0 \quad \text{или} \quad 2x+3 = 0,$ $x = -1 \quad \quad \quad 2x = -3,$ $\quad \quad \quad x = -1,5.$ Ответ: -1; -1,5.

$$5) \ x^5 - 0,3x^4 = 0$$

Ответ: _____.

$$8) \ x^4 - x + 2x^3 - 2 = 0$$

Ответ: _____.

$$6) \ x^4 - 9x^2 = 0$$

Ответ: _____.

$$9) \ x^5 + 3x^4 - 4x - 12 = 0$$

Ответ: _____.

$$7) \ x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$$

Ответ: _____.

$$10) \ x^5 + x^3 + x^2 + 1 = 0$$

Ответ: _____.

$$11) \frac{x^2+1}{3} + \frac{x-3}{6} = 0$$

Ответ: _____.

$$14) (x^2+4x)^2 = (x^2+2)^2$$

Ответ: _____.

$$12) \frac{3x^2+x-2}{2} = x^2$$

Ответ: _____.

$$15) x^4 = (x^2-8)^2$$

Ответ: _____.

$$13) 2x^2 - \frac{(x-1)(x+1)}{3} = 2$$

Ответ: _____.

$$16) x^4 = (x^2-3x+1)^2$$

Ответ: _____.



Важно знать. Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$, где $a \neq 0$, называют **биквадратным уравнением**.

Биквадратные уравнения удобно решать, используя метод введения новой переменной. Для этого x^4 представляют в виде $(x^2)^2$ и вводят новую переменную, обозначив через неё x^2 . Например, $x^2 = t$. Тогда $x^4 = (x^2)^2 = t^2$, а данное уравнение записывают в виде квадратного уравнения $at^2 + bt + c = 0$.

Задание 22. Решите биквадратное уравнение.

1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ $(x^2)^2 - 5x^2 + 4 = 0$ Замена: $x^2 = t$. $t^2 - 5t + 4 = 0$ $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$ $t_1 = \frac{5 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 3}{2} = 4$, $t_2 = \frac{5 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - 3}{2} = 1$. Обратная замена. $x^2 = 4$ или $x^2 = 1$ $x = -2$ или $x = 2$; $x = -1$ или $x = 1$. Ответ: $-2; -1; 1; 2$.	4) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ Ответ: _____.
2) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ Ответ: _____.	5) $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$ Ответ: _____.
3) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ Ответ: _____.	6) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$ Ответ: _____.

Задание 23. Решите уравнение, используя введение новой переменной.

1) $(x-1)^2 - 3(x-1) + 2 = 0$ Замена: $x-1 = t$. $t^2 - 3t + 2 = 0$ $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$ $t_1 = \frac{3 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 1}{2} = 2,$ $t_2 = \frac{3 - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 1}{2} = 1.$ Обратная замена: $x - 1 = 2$ или $x - 1 = 1$ $x = 3$ $x = 2.$ Ответ: 3; 2.	4) $(x^2 - 2)^2 - 9(x^2 - 2) + 14 = 0$ Ответ: _____.
2) $(x+2)^2 + 5(x+2) + 4 = 0$ Ответ: _____.	5) $(x^2 + 3)^2 - 2(x^2 + 3) - 8 = 0$ Ответ: _____.
3) $(2x-3)^2 - 8(2x-3) + 15 = 0$ Ответ: _____.	6) $(x^2 + 2x)^2 + 4(x^2 + 2x) + 3 = 0$ Ответ: _____.

Задание 24. Решите уравнение, используя метод введения новой переменной.

$$4) (x^2 - 6x + 4)(x^2 - 6x + 9) = -4$$

Ответ: _____.

$$5) (x^2 + 2x - 6)(x^2 + 2x - 5) = 6$$

Ответ: _____.

$$6) (x^2 - 3x - 39)(x^2 - 3x + 1) = 41$$

Ответ: _____.

ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ



Важно знать.

Дробное рациональное уравнение – это уравнение, обе части которого рациональные выражения, причём хотя бы одно из них является дробным выражением.

Задание 25. Решите уравнение.

А.

1) $\frac{2x+5}{x-4} = \frac{3}{2}$ $\frac{2x+5}{x-4} = \frac{3}{2} \quad \cdot 2(x-4) - \text{общий знаменатель,}$ $\frac{2x+5}{x-4} = \frac{3}{2} \quad 2(x-4) \neq 0.$ $2(2x+5) = 3 \cdot (x-4),$ $4x+10 = 3x-12,$ $4x-3x = -12-10,$ $x = -22.$ При $x = -22 \quad 2(x-4) \neq 0.$ Значит, -22 является корнем уравнения. Ответ: -22.	4) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} = \frac{3}{x-2}$ Ответ: _____.
2) $\frac{2x-1}{3x+2} = \frac{3}{5}$ Ответ: _____.	5) $\frac{x+2}{x} + \frac{8}{x^2} = 1$ Ответ: _____.
3) $\frac{8x-3}{x+5} = \frac{5}{6}$ Ответ: _____.	6) $\frac{x+1}{x-2} = \frac{x}{x+3}$ Ответ: _____.

Б.

1) $\frac{x}{x+4} = \frac{2x-3}{x+6}$ $\frac{x}{x+4} = \frac{2x-3}{x+6} \mid \cdot (x+4)(x+6)$ – общий знаменатель, $\frac{x}{x+4} = \frac{2x-3}{x+6} \mid (x+4)(x+6) \neq 0.$ $x(x+6) = (2x-3)(x+4),$ $x^2 + 6x = 2x^2 + 8x - 3x - 12,$ $-x^2 + x + 12 = 0, x^2 - x - 12 = 0,$ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49,$ $x_1 = \frac{1+7}{2} = 4, x_2 = \frac{1-7}{2} = -3.$ При $x = 4$ $(x+4)(x+6) \neq 0;$ при $x = -3$ $(x+4)(x+6) \neq 0.$ Значит, 4 и -3 – корни уравнения. Ответ: 4; -3.	4) $\frac{x}{2x-1} = \frac{1}{x}$ Ответ: _____.
2) $\frac{1}{x-7} = \frac{1}{x^2-5x-2}$ Ответ: _____.	5) $\frac{2x-1}{x} + \frac{4-x}{x-1} = \frac{1}{2}$ Ответ: _____.
3) $\frac{x}{x+2} = \frac{2x-1}{x+4}$ Ответ: _____.	6) $\frac{x-3}{x+1} + 1 = \frac{1-x}{x}$ Ответ: _____.

В.

1) $\frac{3x}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{2x+5}{x^2+x}$ $\frac{3x}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{2x+5}{x(x+1)}$ $\cdot x(x+1)$ – общий знаменатель, $x(x+1) \neq 0$. $3x^2 + 2(x+1) = 2x+5$, $3x^2 + 2x + 2 - 2x - 5 = 0$, $3x^2 - 3 = 0$, $x^2 - 1 = 0$, $(x-1)(x+1) = 0$, $x = 1$ или $x = -1$. При $x = 1$ $x(x+1) \neq 0$, значит, 1 является корнем уравнения. При $x = -1$ $x(x+1) = 0$, значит, -1 не явля- ется корнем уравнения. Ответ: 1.	4) $\frac{6}{3x-x^2} - \frac{2}{3-x} = \frac{1}{2}$ Ответ: _____.
2) $\frac{x}{x-2} - \frac{5}{x^2-4} = 1$ Ответ: _____.	5) $\frac{5x+1}{x^2+x-2} + \frac{3x-5}{x-1} = 2$ Ответ: _____.
3) $\frac{3}{x} + \frac{33}{x^2-11x} = \frac{x-4}{x-11}$ Ответ: _____.	6) $\frac{1}{x-3} + \frac{4}{x+1} = \frac{9}{x^2-2x-3}$ Ответ: _____.



Важно знать.

При решении дробных рациональных уравнений применяют, как и при решении целых уравнений:

- 1) разложение многочлена на множители;
- 2) метод введения новой переменной.

Задание 26. Решите уравнение.

1) $\frac{x^3 - x}{x^2 - 4} = \frac{2 - 2x^2}{x^2 - 4}$ $\frac{x^3 - x - 2 + 2x^2}{x^2 - 4} = 0 \quad \left \cdot (x^2 - 4), \quad x^2 - 4 \neq 0 \right.$ $x(x^2 - 1) + 2(x^2 - 1) = 0,$ $(x + 2)(x^2 - 1) = 0,$ $x = -2 \text{ или } x = -1 \text{ или } x = 1.$ При $x = -2$ $(x^2 - 4) = 0$, значит, -2 не является корнем уравнения. При $x = -1$ $(x^2 - 4) \neq 0$; при $x = 1$ $(x^2 - 4) \neq 0$. Значит, -1 и 1 – корни уравнения. Ответ: $-1; 1$.	4) $\frac{3}{x^2 + x + 1} + x^2 + x = 3$ Ответ: _____.
2) $\left(\frac{x^2}{x+1}\right)^2 = \left(\frac{2x^3}{x+1}\right)^2$ Ответ: _____.	5) $\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 1} - \frac{1}{x^2 + 2x + 2} = \frac{3}{2}$ Ответ: _____.
3) $\frac{x}{x+5} - \frac{2}{x^2 - 25} = \frac{1}{2}$ Ответ: _____.	6) $\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} = 1$ Ответ: _____.

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ



Важно знать.

Неравенства второй степени с одной переменной – это неравенства вида

$ax^2 + bx + c > 0$ и $ax^2 + bx + c < 0$, где x – переменная, a, b, c – некоторые числа, $a \neq 0$.

Чтобы решить неравенство второй степени с одной переменной, можно рассмотреть квадратичную функцию $y = ax^2 + bx + c$:

1) графиком является парабола, ветви которой направлены вверх ($a > 0$) или вниз ($a < 0$);

2) найти нули функции (точки пересечения параболы с осью абсцисс);

3) на оси x отметить найденные нули функции и схематически провести через них параболу. Промежутки, для которых точки параболы расположены выше оси x , являются решением неравенства $ax^2 + bx + c > 0$; промежутки, для которых точки параболы расположены ниже оси x , являются решением неравенства $ax^2 + bx + c < 0$.

Задание 27. Решите неравенство.

1) $x^2 - x - 6 < 0$

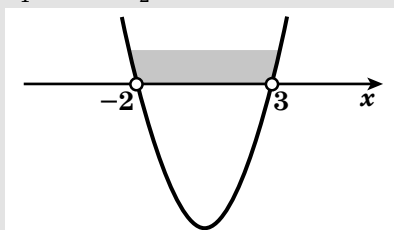
$y = x^2 - x - 6$ – квадратичная функция, график параболы, $a = 1$, $a > 0$, ветви направлены вверх.

Нули функции: $y = 0$

$$x^2 - x - 6 = 0,$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25,$$

$$x_1 = -2, x_2 = 3.$$



Ответ: $(-2; 3)$.

3) $x^2 + 3x - 10 \geq 0$

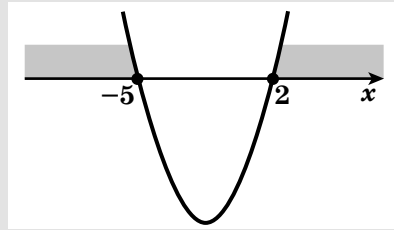
$y = x^2 + 3x - 10$ – квадратичная функция, график параболы, $a = 1$, $a > 0$, ветви направлены вверх.

Нули функции: $y = 0$

$$x^2 + 3x - 10 = 0,$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49,$$

$$x_1 = -5, x_2 = 2.$$



Ответ: $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$.

2) $x^2 - 8x + 15 \leq 0$

Ответ: _____.

4) $x^2 - 6x + 8 > 0$

Ответ: _____.

5) $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

8) $-x^2 - 2x + 24 > 0$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

6) $x^2 - x - 12 \geq 0$

9) $-x^2 - x - 20 \leq 0$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

7) $x^2 + 5x - 14 > 0$

10) $x^2 - 1 \geq 0$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

$$11) x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

Ответ: _____.

$$14) x^2 + 2x + 1 \leq 0$$

Ответ: _____.

$$12) x^2 + 6x + 9 > 0$$

Ответ: _____.

$$15) -x^2 + 8x - 16 \geq 0$$

Ответ: _____.

$$13) x^2 - 4x + 4 < 0$$

Ответ: _____.

$$16) -x^2 + 6x - 9 \leq 0$$

Ответ: _____.

17) $x^2 + x + 2 > 0$

Ответ: _____.

20) $(x-1)(x+3) > 0$

$$x^2 + 2x - 3 > 0$$

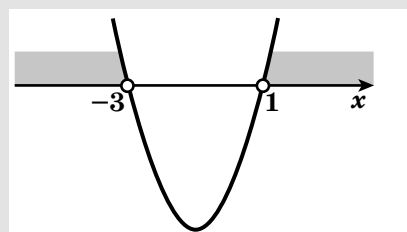
$y = x^2 + 2x - 3$ – квадратичная функция, график парабола, $a = 1$, $a > 0$, ветви направлены вверх.

Нули функции: $y = 0$

$$x^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$(x-1)(x+3) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -3.$$



Ответ: $(-3; 1)$.

18) $-x^2 + 2x - 3 \geq 0$

Ответ: _____.

21) $(2-x)(3+x) \leq 0$

Ответ: _____.

19) $x^2 + 4 \leq 0$

Ответ: _____.

22) $(x-2)(x+2) < 0$

Ответ: _____.

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ



Важно знать.

Методом интервалов удобно решать неравенства вида $(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) > 0$ и $(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) < 0$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – числа.

Для этого нужно рассмотреть функцию $f(x) = (x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)$:

1) найти область определения функции ($D(f)$);

2) определить нули этой функции ($x_1, x_2, \dots, x_n$);

3) на оси x отметить найденные нули функции и определить, какой знак имеет функция $f(x)$ на каждом из промежутков, на которые область определения функции разбивается её нулями. Для этого можно выбрать любое число, принадлежащее одному из промежутков, и подставить его вместо x в формулу функции, посчитать, чему равно значение функции, а точнее, какой знак у этого значения. На всём выбранном промежутке функция будет иметь тот же знак.

Задание 28. Решите неравенство методом интервалов.

А.

1) $(x-3)(x+1)(x-7) > 0$

$f(x) = (x-3)(x+1)(x-7)$

• $D(f) = (-\infty; +\infty)$;

• Нули функции:

$f(x) = 0, (x-3)(x+1)(x-7) = 0$

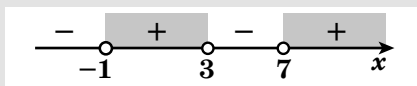
$x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 7.$

При $x \in (7; +\infty)$ $f(x) > 0$, т.к. $f(10) > 0$;

при $x \in (3; 7)$ $f(x) < 0$, т.к. $f(4) < 0$;

при $x \in (-1; 3)$ $f(x) > 0$, т.к. $f(0) > 0$;

при $x \in (-\infty; -1)$ $f(x) < 0$, т.к. $f(-2) < 0$.



Ответ: $(-1; 3) \cup (7; +\infty)$.

3) $(x+6)(x+4) < 0$

Ответ: _____.

2) $(x-10)(x-2) \leq 0$

Ответ: _____.

4) $x(x-5) \geq 0$

Ответ: _____.

$$5) (x+1,3)(x-0,8) > 0$$

Ответ: _____.

$$8) x(2+x)(3-x) \geq 0$$

Ответ: _____.

$$6) (x-2)(x+2)(x-9) \leq 0$$

Ответ: _____.

$$9) (1-x)(2-x)(3+x) < 0$$

Ответ: _____.

$$7) x(x-6)(x+4) > 0$$

Ответ: _____.

$$10) \left(x - \frac{1}{3}\right)(x+0,5)(2-x) \geq 0$$

Ответ: _____.

Б.

$$1) \frac{x-3}{x+6} > 0$$

$$\begin{cases} (x-3)(x+6) > 0, & (1) \\ x+6 \neq 0. & (2) \end{cases}$$

$$(1) (x-3)(x+6) > 0$$

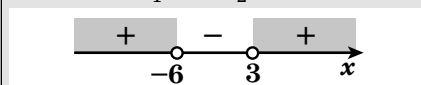
$$f(x) = (x-3)(x+6)$$

$$\bullet D(f) = (-\infty; +\infty);$$

•Нули функции:

$$f(x) = 0, (x-3)(x+6) = 0$$

$$x_1 = 3, x_2 = -6.$$



$$x \in (3; +\infty), \quad f(x) > 0, \text{ т.к. } f(4) > 0;$$

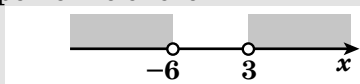
$$x \in (-6; 3), \quad f(x) < 0, \text{ т.к. } f(0) < 0;$$

$$x \in (-\infty; -6), \quad f(x) > 0, \text{ т.к. } f(-7) > 0.$$

$$(2) x+6 \neq 0,$$

$$x \neq -6.$$

Общее решение системы



$$\text{Ответ: } (-\infty; -6) \cup (3; +\infty).$$

$$3) \frac{x(x-5)}{x-1} \leq 0$$

$$\begin{cases} x(x-5)(x-1) \leq 0, & (1) \\ x-1 \neq 0. & (2) \end{cases}$$

$$(1) x(x-5)(x-1) \leq 0$$

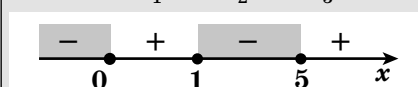
$$f(x) = x(x-5)(x-1)$$

$$\bullet D(f) = (-\infty; +\infty);$$

•Нули функции:

$$f(x) = 0, x(x-5)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 5, x_3 = 1.$$



$$x \in (5; +\infty), \quad f(x) > 0, \text{ т.к. } f(6) > 0;$$

$$x \in (1; 5), \quad f(x) < 0, \text{ т.к. } f(2) < 0;$$

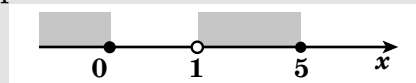
$$x \in (0; 1), \quad f(x) > 0, \text{ т.к. } f(0.5) > 0.$$

$$x \in (-\infty; 0), \quad f(x) > 0, \text{ т.к. } f(-1) > 0.$$

$$(2) x-1 \neq 0,$$

$$x \neq 1.$$

Общее решение системы



$$\text{Ответ: } (-\infty; 0] \cup (1; 5].$$

$$2) \frac{x-7}{x+2} < 0$$

$$4) \frac{x+4}{x+9} \geq 0$$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

$$5) \frac{x-8}{x+3} > 0$$

$$7) \frac{x+0,5}{x-4} \leq 0$$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

$$6) \frac{2x}{x+3} < 0$$

$$8) \frac{3x}{2-x} \geq 0$$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

УРАВНЕНИЕ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ЕГО ГРАФИК



Важно знать.

Решение уравнения с двумя переменными – это пара значений переменных, при которых это уравнение обращается в верное равенство.

Множество точек координатной плоскости, координаты которых являются решением уравнения с двумя переменными, образуют график этого уравнения.

График уравнения с двумя переменными вида:

$ax + by = c$ – прямая;

$y = ax^2 + bx + c$ – парабола;

$xy = k$ – гипербола.

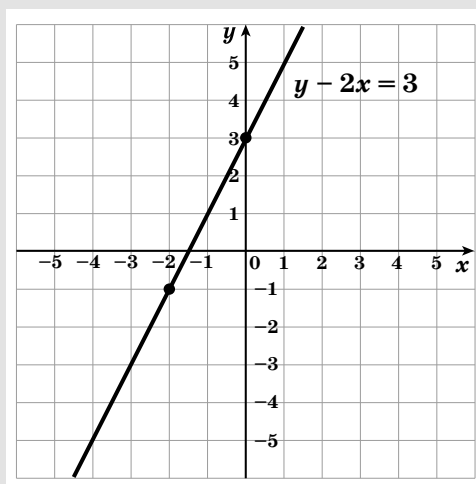
Задание 29. Постройте график уравнения с двумя переменными.

1) $y - 2x = 3$

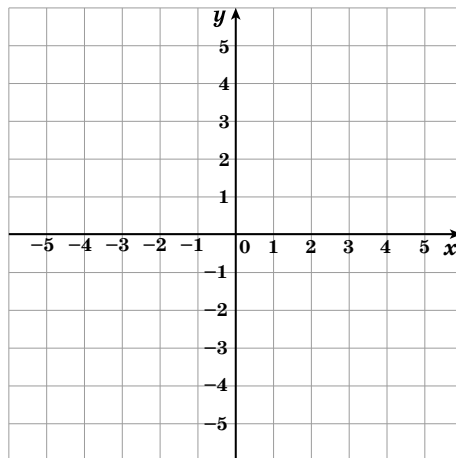
Перепишем уравнение:

$-2x + y = 3$. Графиком этого уравнения является прямая.

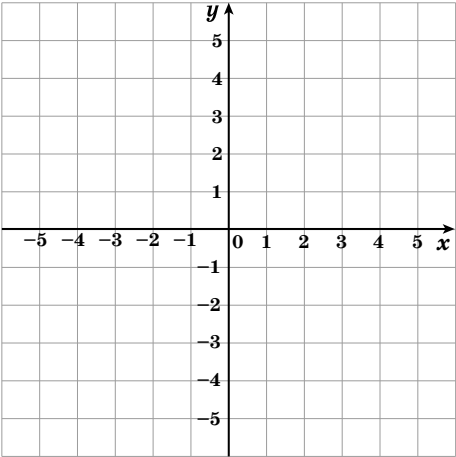
x	-2	0
y	-1	3



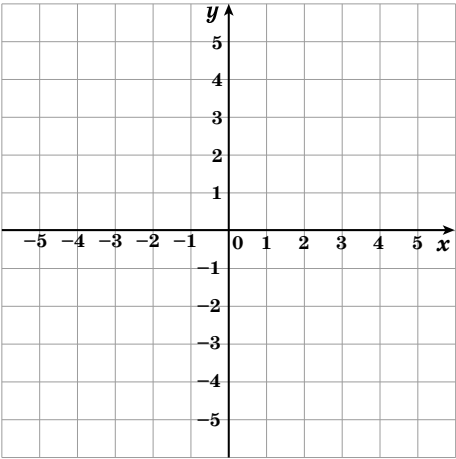
2) $y + x = 1$



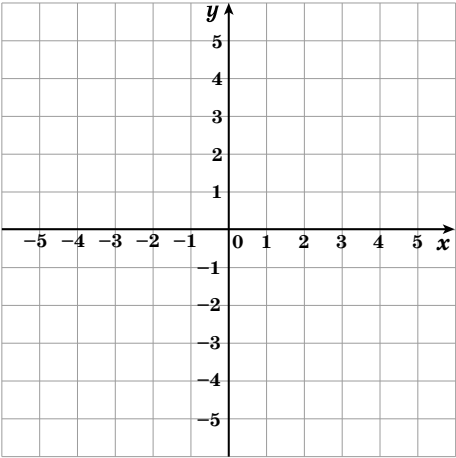
3) $y - x + 3 = 0$



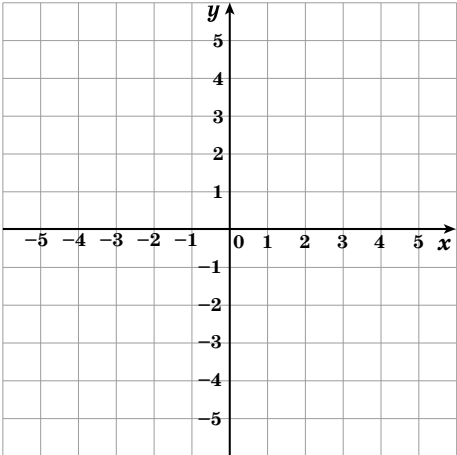
4) $2y - x = 0$



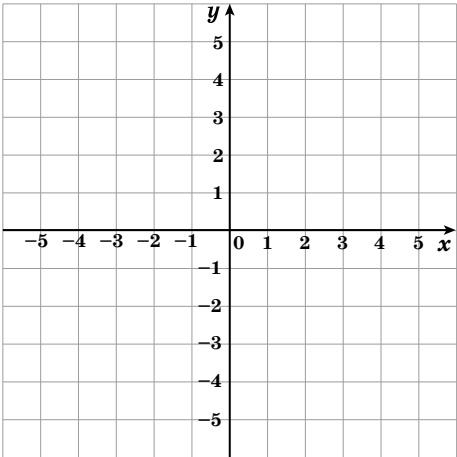
5) $x = y + 2$



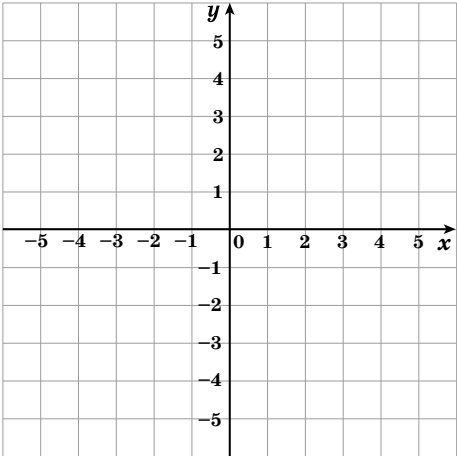
6) $y - x^2 = 0$



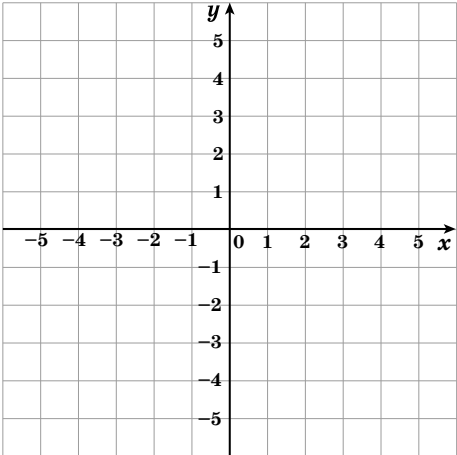
7) $y + x^2 - 3 = 0$



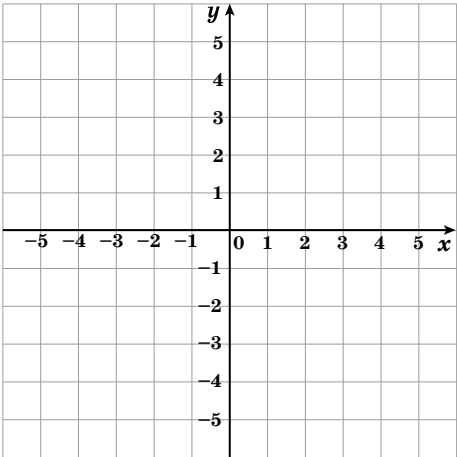
8) $x^2 = 2 - y$



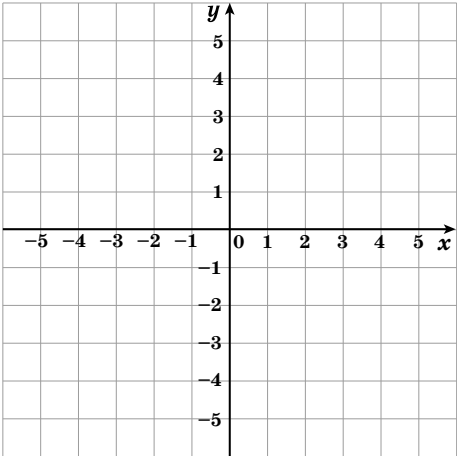
9) $xy = 1$



10) $\frac{1}{2}xy = -1$



11) $5xy = 15$



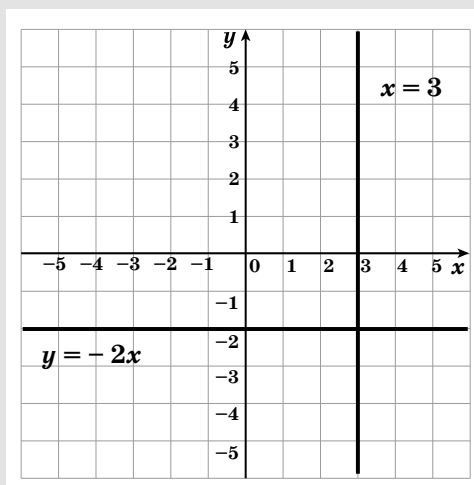
$$12) (x-3)(y+2)=0$$

$$x-3=0 \quad \text{или} \quad y+2=0,$$

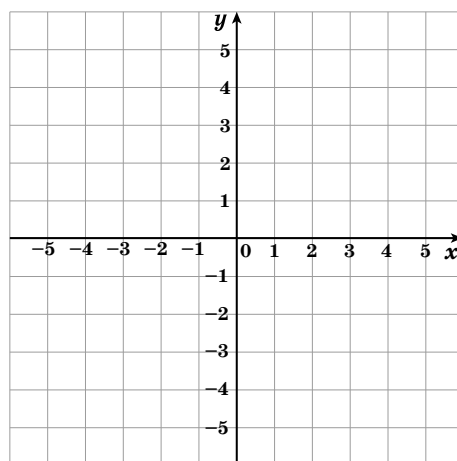
$$x=3 \quad \quad \quad y=-2.$$

Графиком уравнения является пара пересекающихся прямых $x=3$ и $y=-2$.

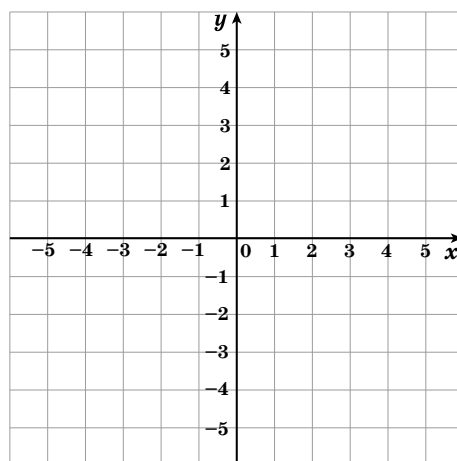
То есть, координаты любой точки, принадлежащей любой из двух прямых, являются решением уравнения.



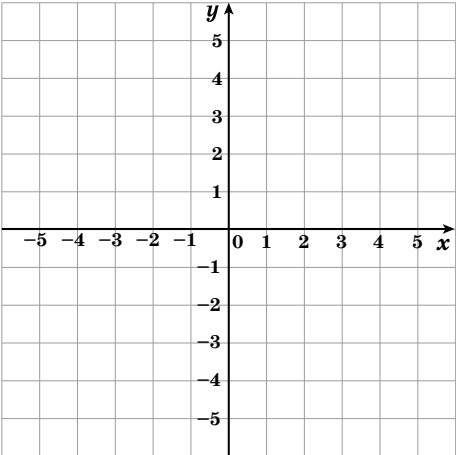
$$13) (y-x)(x+y+1)=0$$



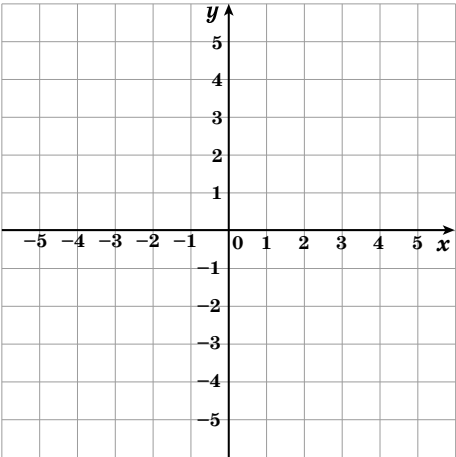
$$14) (y-2x+3)(y-3x)=0$$



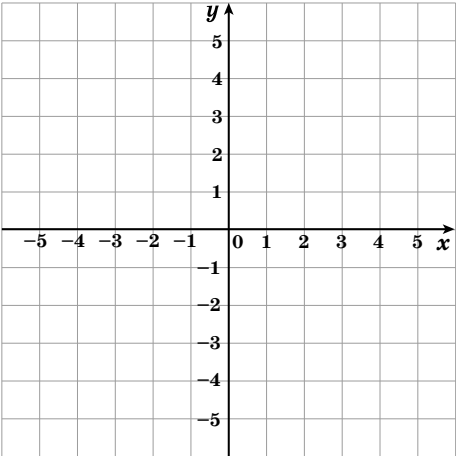
15) $(x - y)(4 + x) = 0$



16) $(x + y - 2)(1 - y) = 0$



17) $(2y + x)(x - 2) = 0$





Важно знать.

Уравнение с двумя переменными вида $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ задаёт окружность с центром в точке с координатами $(a; b)$ и радиусом r .

Задание 30. Заполните таблицу.

	Уравнение	Координаты центра окружности		Радиус окружности
		x	y	
1)	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ $(x-1)^2 + (y-(-2))^2 = 5^2$	1	-2	5
2)	$(x-3)^2 + (y-8)^2 = 36$			
3)	$(x+2)^2 + (y+5)^2 = 16$			
4)	$(x-7)^2 + y^2 = 1$			
5)	$x^2 + y^2 = 7$			
6)		3	$\sqrt{2}$	3
7)		-1	-6	0,5
8)		5	0	$\sqrt{3}$
9)		0	-2	$\sqrt{5}$
10)		0	0	$\sqrt{10}$

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

Задание 31. Решите систему уравнений способом подстановки.

1) $\begin{cases} x - y = 1, & (1) \\ x^2 + y^2 - 5 = 0. & (2) \end{cases}$ (1) $x = y + 1$. (2) $(y + 1)^2 + y^2 - 5 = 0$, $y^2 + 2y + 1 + y^2 - 5 = 0,$ $2y^2 + 2y - 4 = 0,$ $y^2 + y - 2 = 0,$ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9,$ $y_1 = \frac{-1 + 3}{2} = 1, \quad y_2 = \frac{-1 - 3}{2} = -2.$ $\begin{cases} x = y + 1, \\ y = 1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = y + 1, \\ y = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + 1, \\ y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 + 1, \\ y = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1, \\ y = -2. \end{cases}$ Ответ: (2; 1), (-1; -2).	3) $\begin{cases} x + y = 1, \\ xy = -2. \end{cases}$ Ответ: _____.
2) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x^2 + y^2 - 2 = 0. \end{cases}$ Ответ: _____.	4) $\begin{cases} x - 3y = 5, \\ y + xy = -3. \end{cases}$ Ответ: _____.

Задание 32. Решите систему уравнений способом сложения.

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8, \\ xy = 4. \end{cases} \quad \cdot 2$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8, & (1) \\ 2xy = 8; & (2) \end{cases}$$(1) + (2) \quad \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 16, \\ (1) - (2) \quad \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 0; \\ \begin{cases} (x + y)^2 = 16, \\ (x - y)^2 = 0. \end{cases} \end{cases} \end{cases}$ Значит, $\begin{cases} x + y = 4, \\ x = y; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x + y = -4, \\ x = y; \end{cases}$$\begin{cases} x = 2, \\ y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2, \\ y = -2. \end{cases}$ Ответ: (2; 2), (-2; -2).	3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x \cdot y = 2. \end{cases}$ Ответ: _____.
2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ xy = 4. \end{cases}$ Ответ: _____.	4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$ Ответ: _____.

5) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, & (1) \\ x^2 - y^2 = 5. & (2) \end{cases}$ (1) + (2) $\begin{aligned} 2x^2 &= 18, \\ x^2 &= 9, \\ x &= 3 \text{ или } x = -3. \end{aligned}$ Значит, $\begin{cases} x = 3, \\ x^2 + y^2 = 13; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = -3, \\ x^2 + y^2 = 13; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3, \\ y^2 = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3, \\ y^2 = 4. \end{cases}$ Значит, $\begin{cases} x = 3, \\ y = -2; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = -3, \\ y = -2; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = -3, \\ y = 2. \end{cases}$ Ответ: (3; -2), (3; 2), (-3; -2), (-3; 2).	7) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 27, \\ x^2 - y^2 = -24. \end{cases}$ Ответ: _____.
6) $\begin{cases} 3x - xy = -1, \\ x + xy = 5. \end{cases}$ Ответ: _____.	8) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x = 4, \\ x^2 - y^2 + 3x = -6. \end{cases}$ Ответ: _____.

Задание 33. Решите систему уравнений графически.

1)
$$\begin{cases} x^2 - 2 - y = 0, & (1) \\ x + y = 0. & (2) \end{cases}$$

(1) $x^2 - 2 - y = 0$,
 $y = x^2 - 2$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вверх.
 $x_B = 0$, $y_B = -2$.

x	-2	-1	0	1	2
y	2	-1	-2	-1	2

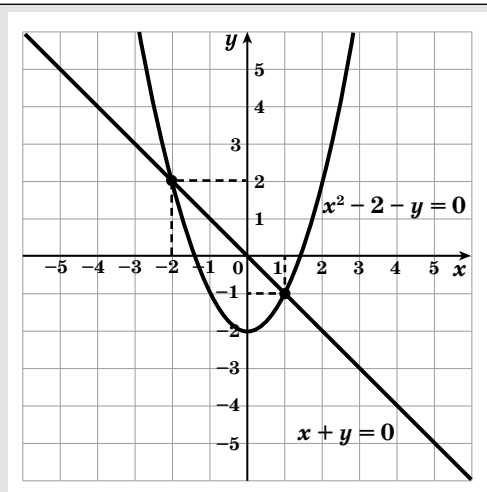
вершина
параболы

(2) $x + y = 0$,
 $y = -x$ – линейная функция, график – прямая.

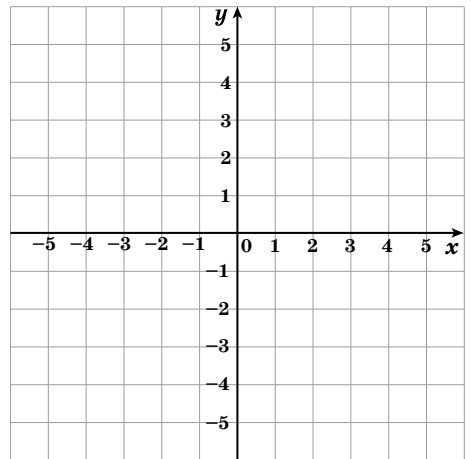
x	0	2
y	0	-2

Найдём координаты точек пересечения графиков уравнений (1) и (2), используя рисунок:
 $(-2; 2)$, $(1; -1)$.

Ответ: $(-2; 2)$, $(1; -1)$.

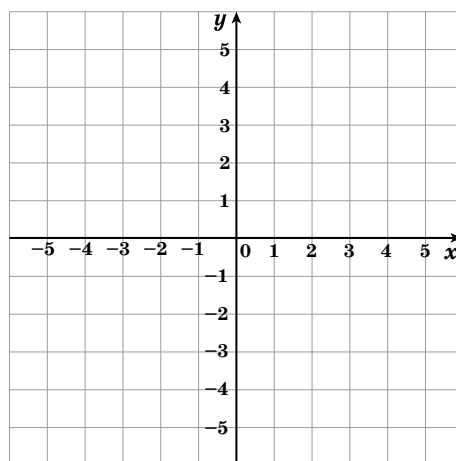


2)
$$\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ y = 4. \end{cases}$$



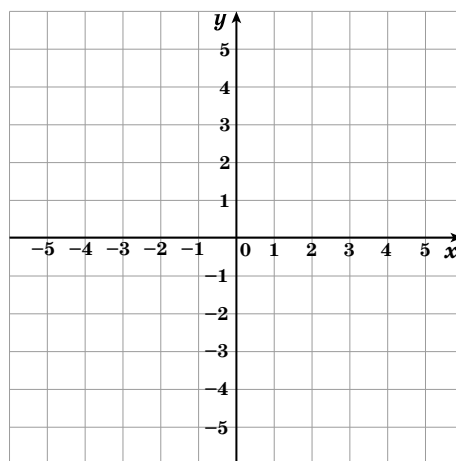
Ответ: _____.

3)
$$\begin{cases} y + x^2 = 0, \\ y - 2x = 0. \end{cases}$$



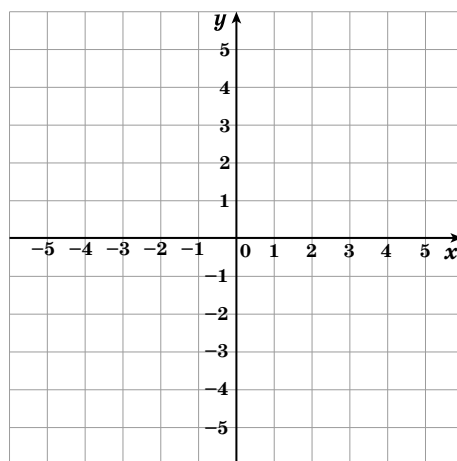
Ответ: _____.

4)
$$\begin{cases} x^2 + y = 0, \\ xy = 1. \end{cases}$$



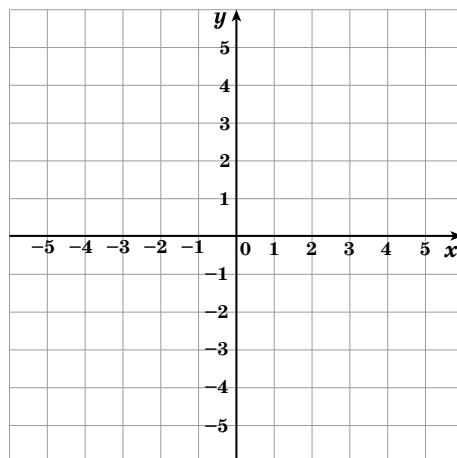
Ответ: _____.

5)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y = 2. \end{cases}$$



Ответ: _____.

6)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y - \frac{1}{4}x^2 = -1. \end{cases}$$



Ответ: _____.

НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ



Важно знать.

Решение неравенства с двумя переменными – это пара значений переменных, при которых это неравенство обращается в верное числовое неравенство.

Для того, чтобы решить неравенство, на координатной плоскости изображают линии (прямые, параболы, гиперболы, окружности и т.п.).

Если неравенство строгое («меньше», «больше»), то эти линии на рисунке изображаются штриховыми линиями.

Если неравенство нестрогое («меньше или равно», «больше или равно»), то эти линии на рисунке изображаются сплошными линиями.

Задание 34. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства.

1) $y + x \geq 2$

- $y \geq -x + 2$. (1)

- Рассмотрим функцию $y = -x + 2$ – линейная функция, график – прямая.

x	-2	0
y	4	2

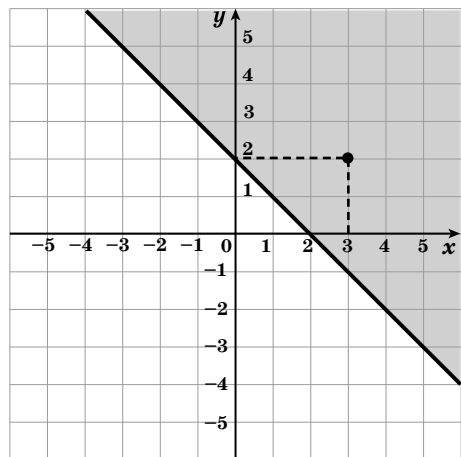
Так как неравенство нестрогое точки прямой являются решениями неравенства, и прямую изображают сплошной линией.

- Прямая $y = -x + 2$ разбивает плоскость на две части – полуплоскости.

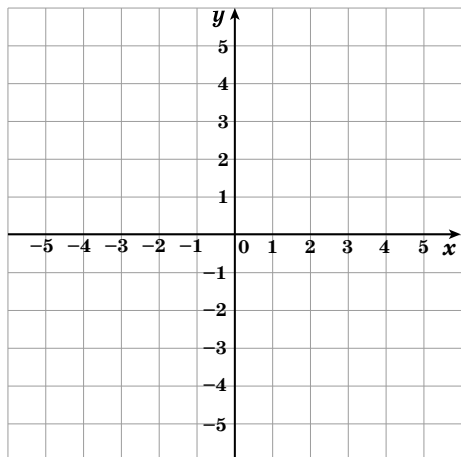
Чтобы определить, какая из полуплоскостей содержит решения неравенства, достаточно взять одну точку. Например, (3; 2). Подставим координаты этой точки в неравенство (1):

$$2 \geq -3 + 2 \text{ – верное неравенство.}$$

Значит, выделяем штриховкой ту часть плоскости, в которой находится выбранная точка.



2) $2x - y \geq 1$



3) $3y - 2x - 9 < 0$

$$y < \frac{2}{3}x + 3$$

• Рассмотрим функцию $y = \frac{2}{3}x + 3$ – линейная функция, график – прямая.

x	-3	0
y	1	3

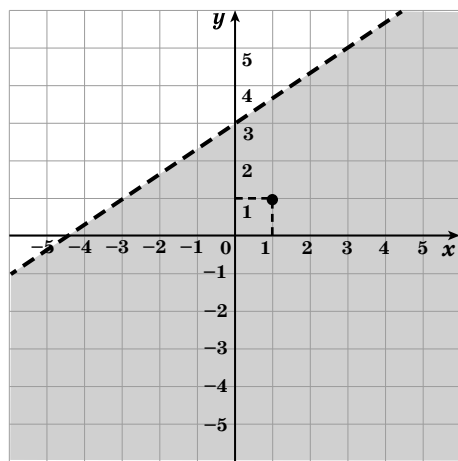
Так как неравенство строгое, точки прямой не являются решениями неравенства, и прямую изображают штриховой линией.

• Прямая $y = \frac{2}{3}x + 3$ разбила плоскость на две части – полуплоскости.

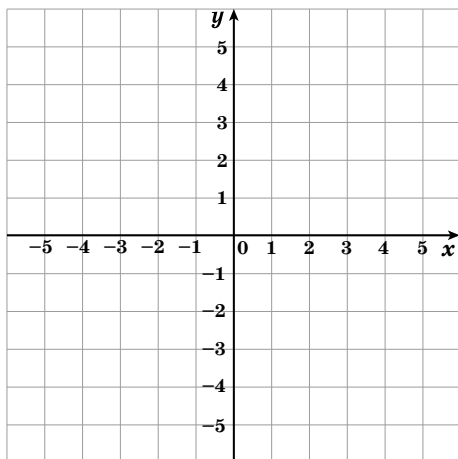
Чтобы определить, какая из полуплоскостей содержит решения неравенства, достаточно взять одну точку. Например, (1; 1). Подставим координаты этой точки в неравенство (1):

$1 < \frac{2}{3} \cdot 1 + 3$ – верное неравенство.

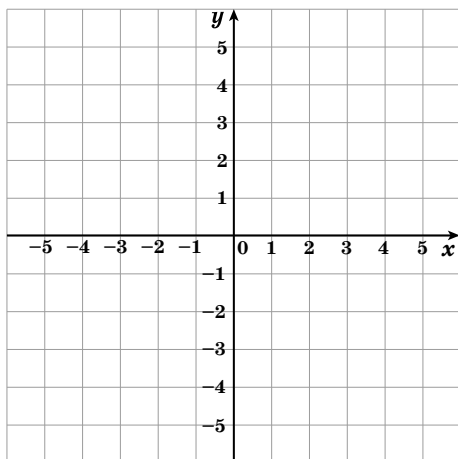
Значит, выделяем штриховкой ту часть плоскости, в которой находится выбранная точка.



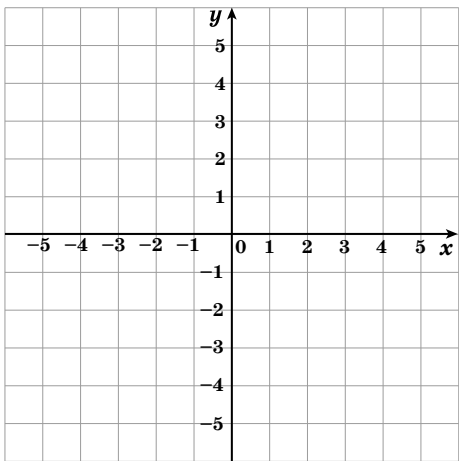
4) $3x - y > -2$



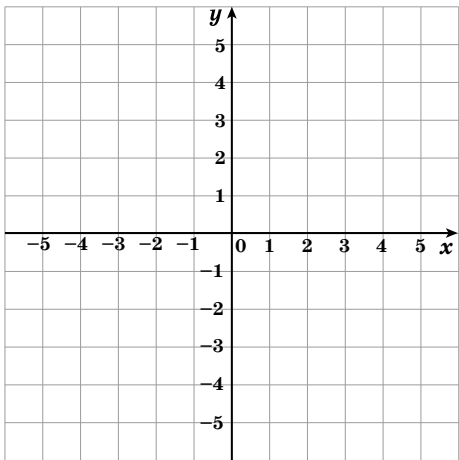
5) $x < -y - 4$



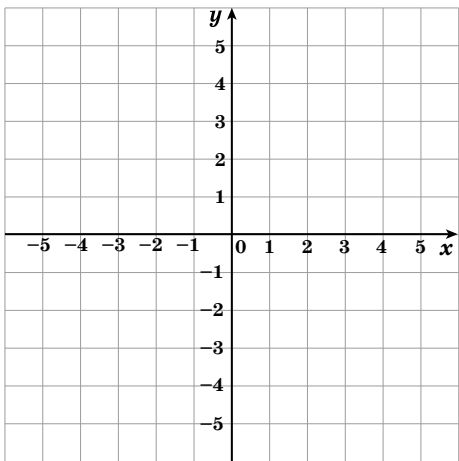
6) $y - x^2 \geq 0$



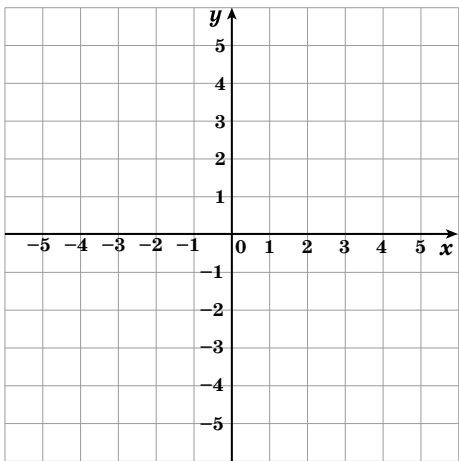
7) $y + x^2 < 3$



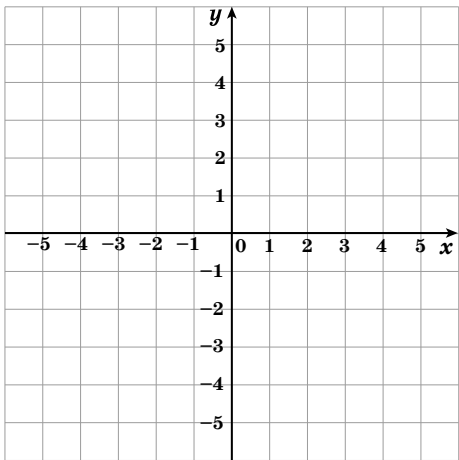
8) $x^2 > 1 + y$



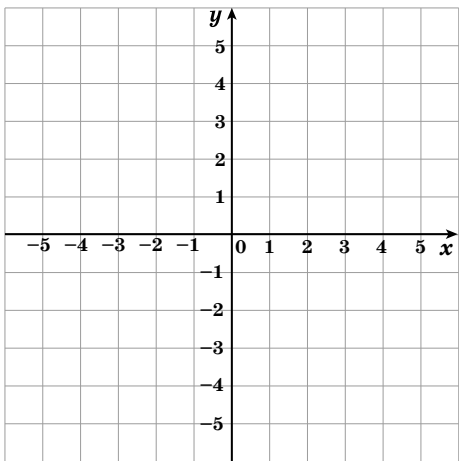
9) $xy > 1$



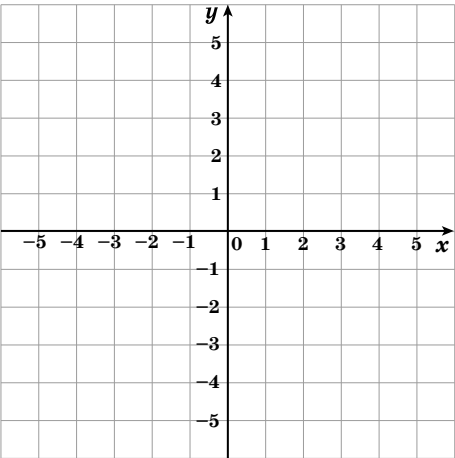
10) $xy \leq -2$



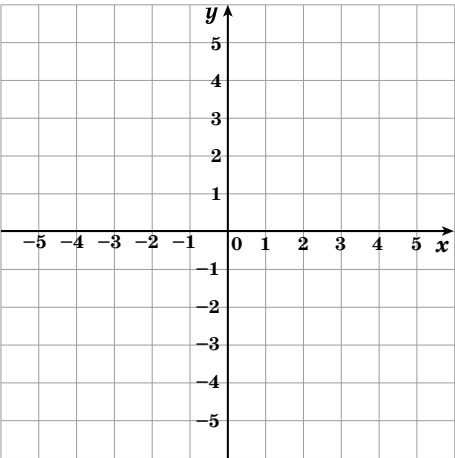
11) $3xy \geq 9$



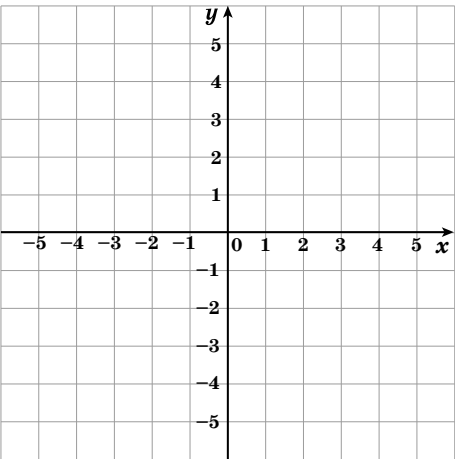
12) $x^2 + y^2 < 4$



13) $x^2 + y^2 > 9$



14) $(x-1)^2 + (y+1)^2 \leq 1$



СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ



Важно знать.

Множеством решений системы неравенств с двумя переменными является пересечение множеств решений входящих в неё неравенств.

Задание 35. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств.

$$1) \begin{cases} y \leq x+1, & (1) \\ y \geq -x+2. & (2) \end{cases}$$

(1) $y \leq x+1$.

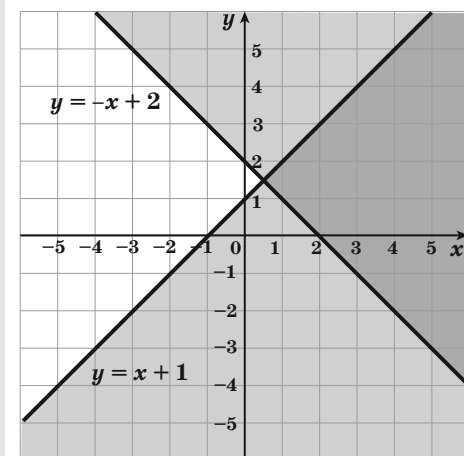
Рассмотрим функцию $y = x+1$ – линейная функция, график – прямая.

x	-2	0
y	-1	1

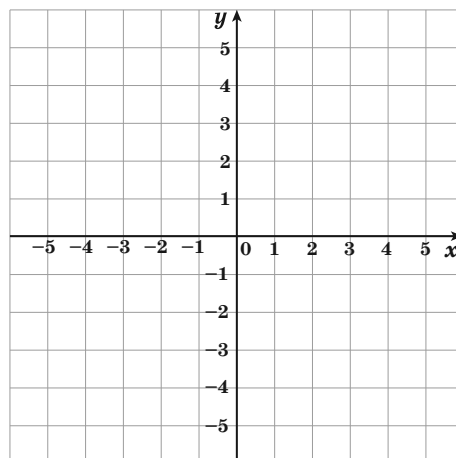
(2) $y \geq -x+2$.

Рассмотрим функцию $y = -x+2$ – линейная функция, график – прямая.

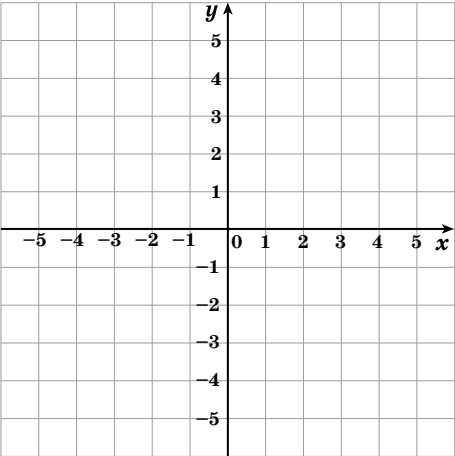
x	0	2
y	2	0



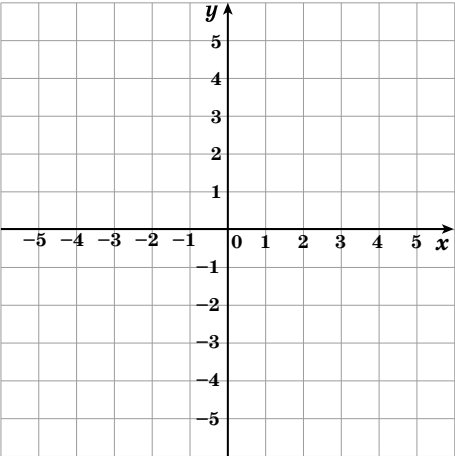
$$2) \begin{cases} y \geq 1, \\ x \geq 1. \end{cases}$$



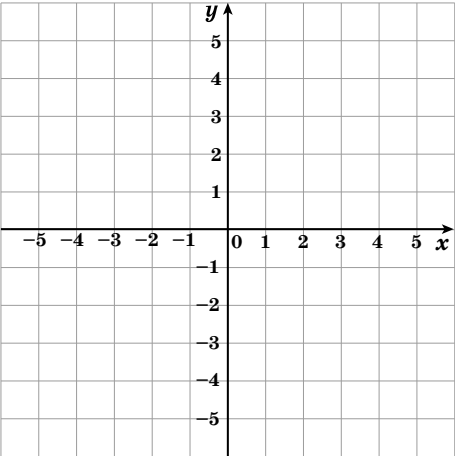
3) $\begin{cases} y \leq 4, \\ x \leq -2. \end{cases}$



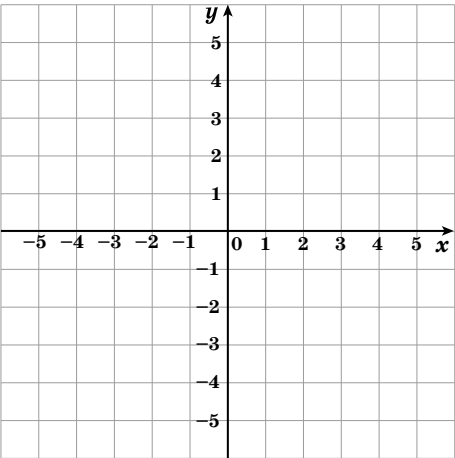
4) $\begin{cases} x < 3, \\ y > -1. \end{cases}$



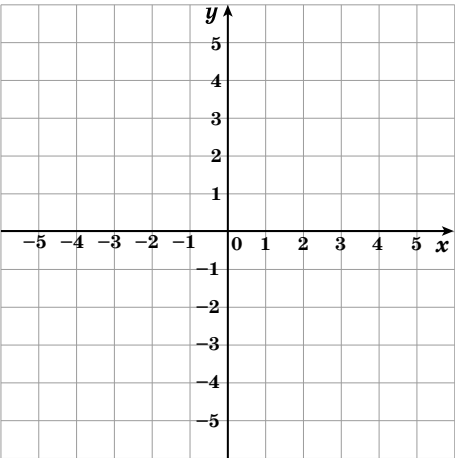
5) $\begin{cases} x > -3, \\ y - 3 < 0. \end{cases}$



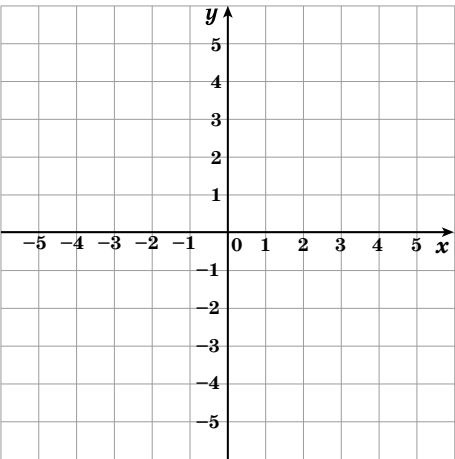
6) $\begin{cases} y - x \geq -1, \\ x + y \geq -2. \end{cases}$



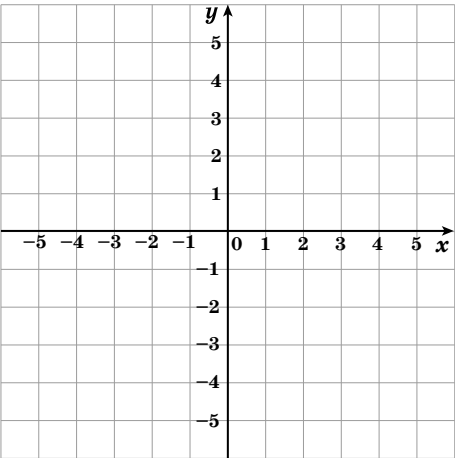
7) $\begin{cases} y - x \geq 3 \\ x \geq 1 + y \end{cases}$



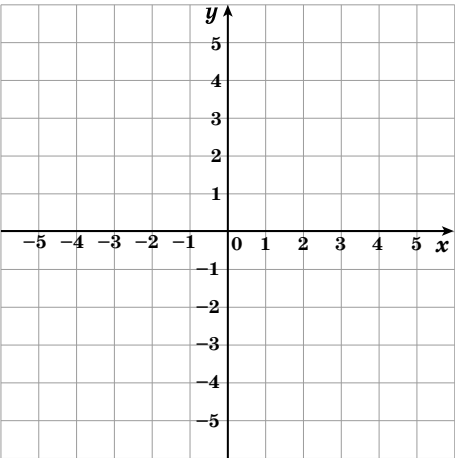
8) $\begin{cases} y \geq x^2, \\ x < 4. \end{cases}$



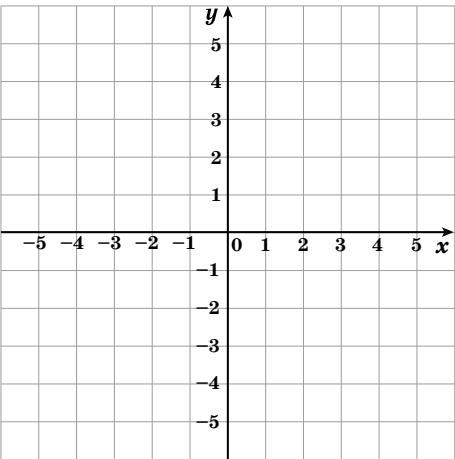
9) $\begin{cases} y < -x^2, \\ x \geq -2. \end{cases}$



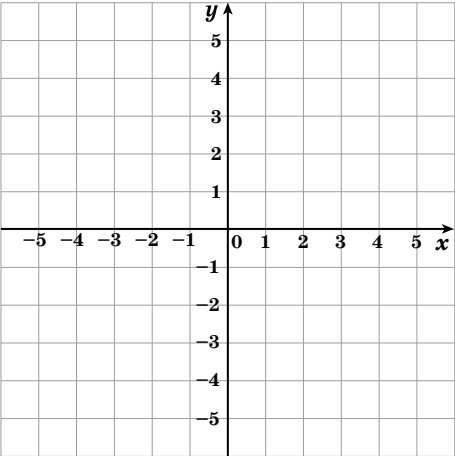
10) $\begin{cases} y - x^2 > 0, \\ y < 2. \end{cases}$



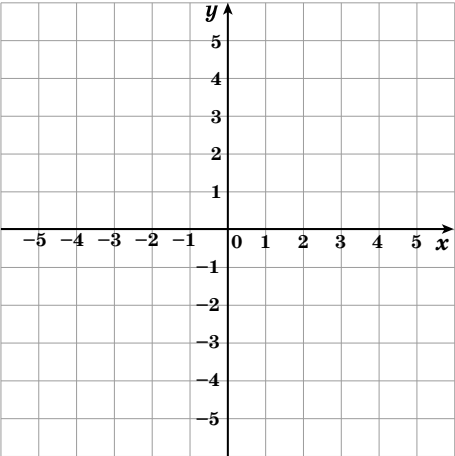
11) $\begin{cases} y + x^2 - 1 \geq 0, \\ x + y \geq 0. \end{cases}$



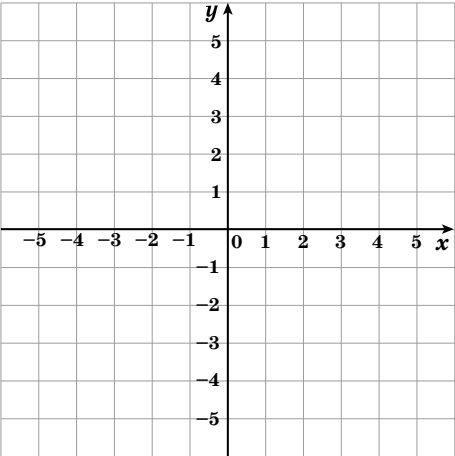
12) $\begin{cases} xy < 1, \\ x < -3. \end{cases}$



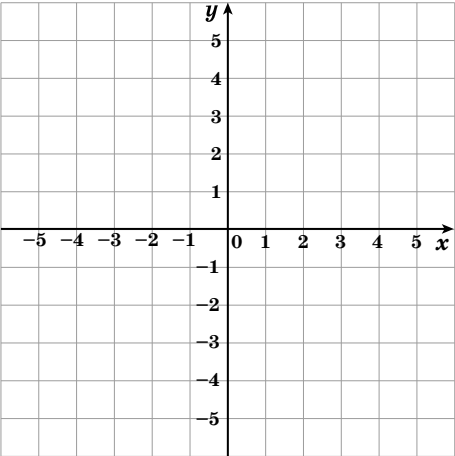
13) $\begin{cases} yx \geq 2, \\ y - x^2 \geq 0. \end{cases}$



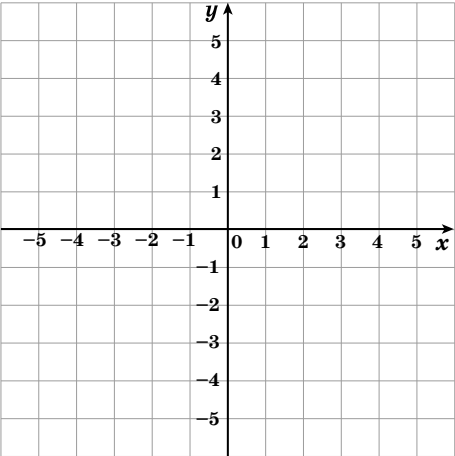
14) $\begin{cases} xy + 2 < 0, \\ y + x^2 < 0. \end{cases}$



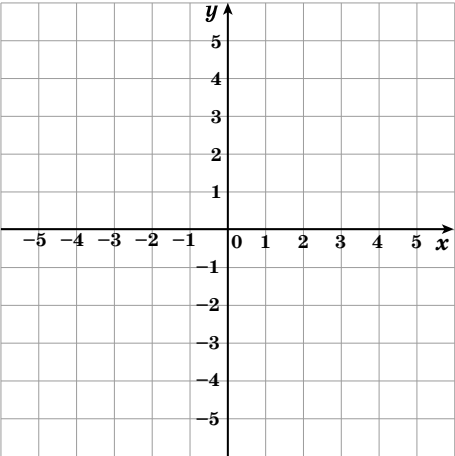
15) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ x - y > 0. \end{cases}$



16) $\begin{cases} y > x^2, \\ x^2 + (y - 3)^2 \leq 1. \end{cases}$



17) $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1, \\ x^2 + y^2 \leq 4. \end{cases}$



АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ



Важно знать:

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

$+d \quad +d \quad +d \quad +d$
 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}$ – арифметическая прогрессия,
 d – разность арифметической прогрессии, $d = a_{n+1} - a_n$.

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ – формула n -го члена арифметической прогрессии.

$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ – свойство арифметической прогрессии.

Задание 36. Допишите ещё три члена арифметической прогрессии

1) 3; 5; 7; ...	6) 0,1; 0,2; ...
2) 8; 12; 16; ...	7) 0,8; 1,2; ...
3) 5; 10 ...	8) 0,4; -1; ...
4) -1; -2; ...	9) 3,5; 2,5; ...
5) -10; -12; ...	10) 26; 16; ...

Задание 37. Заполните таблицу.

	a_1	a_2	d	n	a_n
1)	3	5	$5 - 3 = 2$	7	$a_7 = 3 + 2 \cdot (7 - 1) = 3 + 12 = 15$
2)	4	7		5	
3)	2	-2		8	
4)	-1	5		10	
5)	-10		-5	6	
6)	12		5	14	
7)	15		3	22	
8)		11	7	16	
9)		-12	-3	27	
10)	0,4	1,1		11	

Задание 38. Найдите n -й член арифметической прогрессии.

1)	$a_1 = 7$ $d = 6$ $a_8 - ?$ $a_n = a_1 + d(n - 1)$ $a_8 = 7 + 6 \cdot (8 - 1) =$ $= 7 + 42 = 49.$ Ответ: 49.	6)	$a_5 = 10$ $a_6 = 12$ $a_1 - ?$ Ответ: _____.
2)	$a_2 = -5$ $d = 3$ $a_{17} - ?$ Ответ: _____.	7)	$a_{11} = 22$ $a_{12} = 33$ $a_1 - ?$ Ответ: _____.
3)	$a_2 = 24$ $d = -8$ $a_9 - ?$ Ответ: _____.	8)	$a_{23} = 0$ $a_{31} = -16$ $a_1 - ?$ Ответ: _____.
4)	$a_1 = 6$ $a_3 = 7$ $a_{24} - ?$ Ответ: _____.	9)	$a_2 = 8$ $a_5 = 14$ $a_{38} - ?$ Ответ: _____.
5)	$a_1 = -3$ $a_3 = 21$ $a_{41} - ?$ Ответ: _____.	10)	$a_7 = 18$ $a_{13} = 0$ $a_{19} - ?$ Ответ: _____.



Важно знать:

Формула суммы n членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad \text{или} \quad S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$$

Задание 39. Найдите сумму n членов арифметической прогрессии, используя формулу

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n.$$

	a_1	a_2	d	n	a_n	S_n
1)	3	5	$5 - 3 = 2$	9	$a_9 = 3 + 2 \cdot (9 - 1) =$ $= 3 + 16 = 19$	$S_9 = \frac{3 + 19}{2} \cdot 9 =$ $= \frac{22}{2} \cdot 9 = 11 \cdot 9 = 99$
2)	4	7		10		
3)	-2	-6		15		
4)		11	3	12		
5)		-1	-9	20		
6)		12	-7	11		
7)	40	25		7		
8)	-14	-7		16		
9)	1,8		0,5	13		
10)	0,6	-1,2		25		

Задание 40. Найдите сумму n членов арифметической прогрессии.

1)	$a_1 = 5$ $d = 9$ $S_7 - ?$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$S_7 = \frac{2 \cdot 5 + 9 \cdot (7-1)}{2} \cdot 7 =$$= \frac{64}{2} \cdot 7 = 32 \cdot 7 = 224.$ Ответ: 224.	6)	$a_1 = 10$ $a_2 = 13$ $S_{31} - ?$ Ответ: _____.
2)	$a_1 = -8$ $d = 6$ $S_{11} - ?$ Ответ: _____.	7)	$a_1 = -1$ $a_2 = 3$ $S_{40} - ?$ Ответ: _____.
3)	$a_1 = 12$ $a_{28} = 68$ $S_{28} - ?$ Ответ: _____.	8)	$a_2 = 6$ $d = -4$ $S_{21} - ?$ Ответ: _____.
4)	$a_1 = 2$ $a_{25} = 74$ $S_{25} - ?$ Ответ: _____.	9)	$a_2 = -32$ $d = -12$ $S_{15} - ?$ Ответ: _____.
5)	$a_1 = -7$ $a_{16} = 41$ $S_{16} - ?$ Ответ: _____.	10)	$a_2 = 8$ $a_3 = 12$ $S_{22} - ?$ Ответ: _____.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ



Важно знать:

Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

$b_1, \overset{\cdot q}{\curvearrowright} b_2, \overset{\cdot q}{\curvearrowright} b_3, \dots, b_{n-1}, \overset{\cdot q}{\curvearrowright} b_n, \overset{\cdot q}{\curvearrowright} b_{n+1}$ – геометрическая прогрессия,

q – знаменатель геометрической прогрессии, $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$.

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ – формула n -го члена геометрической прогрессии.

$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$ – свойство арифметической прогрессии.

Задание 41. Допишите ещё три члена геометрической прогрессии.

1) 2; 4; 8; ...	6) 0,1; 0,2; ...
2) 5; 10; 20; ...	7) $\frac{3}{2}; \frac{9}{4}; \dots$
3) 1; 10 ...	8) 1; -3; ...
4) -1; -2; ...	9) -1; 1; ...
5) $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$	10) $\frac{1}{16}; \frac{1}{8}; \dots$

Задание 42. Заполните таблицу.

	b_1	b_2	q	n	b_n
1)	4	8	$8 : 4 = 2$	7	$b_7 = 4 \cdot 2^{7-1} = 4 \cdot 2^6 = 4 \cdot 64 = 256$
2)	3	9		4	
3)	-1	-2		6	
4)	-1	5		4	
5)	-0,1		-2	5	
6)	10		2	3	
7)	7		2	6	
8)		16	4	3	
9)		-18	-3	3	
10)	0,8	0,16		5	

Задание 43. Найдите n -й член геометрической прогрессии.

1)	$b_1 = 11$ $q = 2$ $b_4 - ?$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $b_4 = 11 \cdot 2^{4-1} = 11 \cdot 8 = 88$ Ответ: 88.	6)	$b_1 = \sqrt{3}$ $q = \sqrt{3}$ $b_7 - ?$	 Ответ: _____.
2)	$b_1 = 25$ $q = -2$ $b_4 - ?$		7)	$b_1 = 8\sqrt{2}$ $q = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $b_4 - ?$	 Ответ: _____.
3)	$b_2 = 32$ $q = \frac{1}{2}$ $b_6 - ?$		8)	$b_1 = \frac{1}{4}$ $q = -2$ $b_7 - ?$	 Ответ: _____.
4)	$b_2 = 81$ $q = \frac{1}{3}$ $b_5 - ?$		9)	$b_1 = 3$ $b_4 = 81$ $b_6 - ?$	 Ответ: _____.
5)	$b_1 = -7$ $q = \sqrt{2}$ $b_9 - ?$		10)	$b_2 = -2$ $b_7 = 64$ $b_1 - ?$	 Ответ: _____.



Важно знать:

Формула суммы n членов геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ если } q \neq 1.$$

Задание 44. Найдите сумму n членов геометрической прогрессии.

	b_1	b_2	q	n	S_n
1)	2	6	$6 : 2 = 3$	4	$S_4 = \frac{2 \cdot (3^4 - 1)}{3 - 1} = \frac{2 \cdot 80}{2} = 80$
2)	-2	4		8	
3)	1	-1		10	
4)	-1	-5		4	
5)	25		$\frac{1}{5}$	3	
6)	128		0,5	7	
7)	$\frac{49}{4}$		$-\frac{2}{7}$	3	
8)		-0,25	0,5	4	
9)		-0,2	-2	7	
10)	3,2	1,6		5	

ОТВЕТЫ

ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

СРАВНЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Задание 3. 1) $\sqrt{2}$. 2) $\frac{13}{4}$. 3) $\sqrt{441}$; 20, (1). 4) $-2,5$; $-\sqrt{5}$. 5) $\frac{1}{2}$; 0; $-1,5$. 6) $2,5$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{7}$. 7) $-\sqrt{13}$.

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА

Задание 5.

А. 1) -5 . 2) 14. 3) 3,5. 4) 0. 5) 1; 3. 6) -5 ; 9. 7) 0; -1 . 8) -3 ; 3. 9) 2. 10) 3. 11) -1 . 12) -4 . 13) 2; 3. 14) -7 ; 1. 15) -2 . 16) -1 ; 8.

Б. 1) 0. 2) -3 . 3) 2. 4) 0. 5) 9. 6) 81. 7) 4. 8) 16. 9) -3 . 10) 8. 11) -3 . 12) $-0,5$. 13) 2. 14) -7 . 15) 3. 16) 2.

Задание 6. 1) $(-\infty; +\infty)$. 2) $(-\infty; +\infty)$. 3) $(-\infty; +\infty)$. 4) $(-\infty; +\infty)$. 5) $(-\infty; +\infty)$. 6) $(-\infty; +\infty)$. 7) $(-\infty; +\infty)$. 8) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. 9) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. 10) $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$. 11) $[-1; +\infty)$. 12) $(-\infty; 2,5]$. 13) $[3; +\infty)$. 14) $[0; 3) \cup (3; +\infty)$. 15) $[-5; -2) \cup (-2; 1) \cup (1; +\infty)$. 16) $(0; 1) \cup (1; +\infty)$.

Задание 7. 1) а. 2) в. 3) б. 4) в. 5) а. 6) а. 7) в. 8) в. 9) б. 10) в. 11) б. 12) в. 13) а. 14) б. 15) а.

Задание 8. 1) $4x$. 2) $-2x$. 3) $49x$. 4) $8x$. 5) $-\frac{2}{x}$. 6) $-\frac{3}{x}$. 7) $-\frac{9}{x}$. 8) $\frac{2}{x}$. 9) $2\sqrt{x}$. 10) $-\sqrt{x}$. 11) $\frac{1}{2}|x|$. 12) $0,1|x|$.

Задание 9. 1) $3x+1$. 2) $2x$. 3) $-3x$. 4) $\frac{1}{2}x$. 5) $x+3$. 6) $-x+2$. 7) $-2x+3$. 8) $-3x-1$. 9) $\frac{2}{x}$. 10) $-\frac{1}{x}$. 11) $-\frac{4}{x}$. 12) $\frac{3}{x}$. 13) $\sqrt{2x}$. 14) $\sqrt{4x}$. 15) $\sqrt{x}$. 16) $\sqrt{8x}$.

ФУНКЦИЯ $y = ax^2$, ЕЁ ГРАФИК И СВОЙСТВА

Задание 12. 1) (2; 4), $(-1; 1)$. 2) (2; 4), (3; 9). 3) (5; -25), $(-2; -4)$. 4) $(-1; -2)$. 5) $(-2; 8)$, (1; 2). 6) (3; -21), $(-1; -5)$. 7) $(-2; 15)$, (4; 21). 8) $(-2; 17)$, (3; 32).

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ $y = ax^2 + n$ И $y = a(x - m)^2$

Задание 13. 1) $x^2 - 2$. 2) $x^2 + 2$. 3) $x^2 - 4$. 4) $-x^2 + 2$. 5) $-x^2 - 1$. 6) $-x^2 + 4$. 7) $x^2 + 1$. 8) $-x^2 - 2$.

Задание 14. 1) $(x-2)^2$. 2) $(x-3)^2$. 3) $(x+1)^2$. 4) $-(x+2)^2$. 5) $-(x+1)^2$. 6) $-(x-2)^2$. 7) $(x+4)^2$. 8) $-(x-1)^2$.

Задание 15. 1) $(x-1)^2 - 3$. 2) $(x-1)^2 + 1$. 3) $-(x+1)^2 + 4$. 4) $(x+2)^2 - 1$. 5) $(x-4)^2$. 6) $(x-2)^2 - 3$. 7) $-(x+2)^2$. 8) $-(x-2)^2 + 2$. 9) $-x^2 + 3$. 10) $(x+3)^2 - 4$. 11) $x^2 - 3$. 12) $(x-1)^2 - 2$.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

ЦЕЛЫЕ УРАВНЕНИЯ

Задание 19. 1) 5. 2) 6. 3) 3. 4) 1. 5) 1. 6) 1. 7) 3. 8) 3. 9) 4. 10) 3.

Задание 20. 1) -2 . 2) -1 ; 5. 3) 2; 3. 4) -9 . 5) 0. 6) $-1,5$; 3.

Задание 21. 1) 0; 8. 2) -3 ; -1 ; 1. 3) 1. 4) -1 ; $-1,5$. 5) 0; 0,3. 6) -3 ; 0; 3. 7) 0; 1. 8) -2 ; 1.

9) -3 ; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$. 10) -1 . 11) -1 ; $\frac{1}{2}$. 12) -2 ; 1. 13) -1 ; 1. 14) -1 ; $\frac{1}{2}$. 15) -2 ; 2. 16) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; 1.

Задание 22. 1) $-2; -1; 1$; 2) $-3; -1; 1$; 3) $-\sqrt{2}; -1; 1$; $\sqrt{2}$. 4) -2 ; 2. 5) $-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}$. 6) $-3; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 3$.

Задание 23. 1) 2; 3. 2) $-6; -3$. 3) 3; 4. 4) $-3; -2; 2$; 3. 5) -1 ; 1. 6) -1 .

Задание 24. 1) -2 ; 1. 2) 1; 2; 3. 3) 1; 4. 4) 1; 2; 4; 5. 5) $-4; -3; 1$; 2. 6) $-5; 1; 2; 8$.

ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Задание 25.

А. 1) -22 . 2) 11. 3) 1. 4) $\frac{1}{2}$. 5) -4 . 6) $-0,5$.

Б. 1) -3 ; 4. 2) 1; 5. 3) -1 ; 2. 4) 1. 5) -2 ; -1 . 6) $-\frac{1}{3}; 1$.

В. 1) 1. 2) $\frac{1}{2}$. 3) 7. 4) 4. 5) -5 . 6) 4.

Задание 26. 1) -1 ; 1. 2) $-\frac{1}{2}; 0$; $\frac{1}{2}$. 3) 3; 7. 4) -2 ; -1 ; 0; 1. 5) -2 ; 0. 6) 0; 1.

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Задание 27. 1) $(-2; 3)$. 2) $[3; 5]$. 3) $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$. 4) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$. 5) $[1; 2]$. 6) $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. 7) $(-\infty; -7) \cup (2; +\infty)$. 8) $(-6; 4)$. 9) $(-\infty; +\infty)$. 10) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. 11) $(-\infty; +\infty)$. 12) $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. 13) нет решений. 14) -1 . 15) 4. 16) $(-\infty; +\infty)$. 17) $(-\infty; +\infty)$. 18) нет решений. 19) нет решений. 20) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. 21) $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$. 22) $(-2; 2)$.

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

Задание 28.

А. 1) $(-1; 3) \cup (7; +\infty)$. 2) $[2; 10]$. 3) $(-6; -4)$. 4) $(-\infty; 0] \cup [5; +\infty)$. 5) $(-\infty; -1,3) \cup (0,8; +\infty)$. 6) $(-\infty; -2] \cup [2; 9]$. 7) $(-4; 0) \cup (6; +\infty)$. 8) $(-\infty; -2] \cup [0; 3]$. 9) $(-\infty; -3) \cup (1; 2)$. 10) $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{3}; 2]$.

Б. 1) $(-\infty; -6) \cup (3; +\infty)$. 2) $(-2; 7)$. 3) $(-\infty; 0] \cup (1; 5]$. 4) $(-\infty; -9) \cup [-4; +\infty)$. 5) $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$. 6) $(-3; 0)$. 7) $[-\frac{1}{2}; 4)$. 8) $[0; 2)$.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

Задание 31. 1) $(2; 1), (-1; -2)$. 2) $(1; 0), (-\frac{1}{3}; \frac{4}{3})$. 3) $(2; -1), (-1; 2)$. 4) $(2; -1)$.

Задание 32. 1) $(2; 2), (-2; -2)$. 2) $(-1; -4), (-4; -1), (1; 4), (4; 1)$. 3) $(-2; -1), (-1; -2), (2; 1), (1; 2)$. 4) $(-6; -1), (-1; -6), (6; 1), (1; 6)$. 5) $(3; -2), (-3; -2), (-3; 2), (3; 2)$. 6) $(1; 4)$. 7) $(-1; -5), (-1; 5), (1; -5), (1; 5)$. 8) $(-1; -2), (-1; 2)$.

Задание 33. 1) $(-2; 2), (1; -1)$. 2) $(-2; 4), (2; 4)$. 3) $(0; 0), (-2; -4)$. 4) $(-1; -1)$. 5) $(2; 0), (0; 2)$. 6) $(-2; 0), (2; 0)$.

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Задание 36. 1) 9; 11; 13. 2) 20; 24; 28. 3) 15; 20; 25. 4) $-3; -4; -5$. 5) $-14; -16; -18$. 6) 0,3; 0,4; 0,5. 7) 1,6; 2; 2,4. 8) $-2,4; -3,8; -5,2$. 9) 1,5; 0,5; $-0,5$. 10) 6; $-4; -14$.

Задание 38. 1) 49. 2) 40. 3) -32 . 4) 17,5. 5) 477. 6) 2. 7) -88 . 8) 44. 9) 80. 10) -18 .

Задание 40. 1) 224. 2) 242. 3) 1120. 4) 950. 5) 272. 6) 1705. 7) 3080. 8) -630 . 9) -1560 . 10) 1012.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Задание 41. 1) 16; 32; 64. 2) 40; 80; 160. 3) 100; 1000; 10000. 4) -4 ; -8 ; -16 . 5) $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{32}$.

6) 0,4; 0,8; 1,6. 7) $\frac{27}{8}$; $\frac{81}{16}$; $\frac{243}{32}$. 8) 9; -27 ; 81. 9) -1 ; 1; -1 . 10) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1.

Задание 43. 1) 88. 2) -200 . 3) 2. 4) 3. 5) -112 . 6) $27\sqrt{3}$. 7) -4 . 8) 16. 9) 729. 10) 1.

*Минимальные системные требования определяются соответствующими
требованиями программ Adobe Reader версии не ниже 11-й
либо Adobe Digital Editions версии не ниже 4.5
для платформ Windows, Mac OS, Android и iOS; экран 10''*

Учебное электронное издание

Сиротина Т. В.

АЛГЕБРА

9 КЛАСС

Базовый уровень

Тетрадь-тренажёр

Генеральный директор *М. Б. Миндюк*
Редактор *Д. П. Локтионов*
Художественный редактор *Е. Ю. Воробьёва*
Компьютерная вёрстка и макет *Е. В. Лупенко*
Корректор *М. Н. Локтионова*

Подписано к использованию 27.12.24

Формат 19,0×28,0 см

Гарнитура SchoolBook

Издательство «Интеллект-Центр»
125445, Москва, ул. Смольная, 24А, этаж 7, пом. I, ком. 14
Тел.: (495) 660-34-53
Сайт: <https://www.intellectcentre.ru/>
Эл. почта: intellect@izentr.ru

Электронное издание данной книги подготовлено
Агентством электронных изданий «Интермедиатор»
Сайт: <http://www.intermediator.ru>
Телефон: (495) 587-74-81
Эл. почта: info@intermediator.ru

Издательство «Интеллект-Центр»

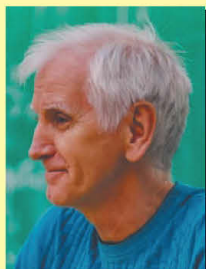
- Учебные материалы для подготовки к ЕГЭ, ОГЭ и ВПР
- Практикумы и дидактические материалы, сборники тестовых заданий
- Материалы для развития интеллектуальных способностей
- Учебные пособия, реализующие современные технологии в обучении и контроле знаний учащихся

- **Покупайте наши пособия в электронном формате в интернет-магазине «Электронный универс»**
e-Univers.ru



КУРСЫ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

(образовательная лицензия № 0411759 от 27.10.2021 г.):



«ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЯ: ТЕХНОЛОГИЯ ПОДГОТОВКИ» (72 часа).

Автор: Прокофьев Александр Александрович, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой НИУ МИЭТ «Кафедра высшей математики – 1», председатель предметной комиссии по проверке ЕГЭ по математике г. Москвы в 2015–2020 гг., автор более 300 научных и учебно-методических публикаций.



«ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ, ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ» (36 часов).

Автор: Казарихина Татьяна Николаевна, кандидат педагогических наук, учитель математики и информатики высшей квалификационной категории, зам. директора АНО СОШ «Димитриевская», доцент кафедры теоретической информатики и дискретной математики МПГУ.

Форма обучения: заочная с применением ДОТ. Документ по окончании обучения: удостоверение о повышении квалификации установленного образца.

Подробнее о курсах можно узнать на сайте Издательства: www.intellectcentre.ru

Записаться на курсы можно:

- направив заявку на электронную почту: intellect@izentr.ru
- на сайте Издательства: <https://edu.intellectcentre.ru/>
- на сайте дополнительного профессионального образования педагогических работников города Москвы: <https://www.dpomos.ru/>

Издательство «Интеллект-Центр»

тел./факс: + 7 (495) 660-34-53

Ждём Ваших писем: 125445, г. Москва, ул. Смольная, д. 24А,

этаж 6, ком. 24 | e-mail: intellect@izentr.ru

www.intellectcentre.ru | vk.com/intellektcentre | t.me/izentr